

Plan wynikowy

MATeMATyka 4

Oznaczenia:

K – wymagania konieczne; P – wymagania podstawowe; R – wymagania rozszerzające; D – wymagania dopełniające; W – wymagania wykraczające

Zakres podstawowy

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagania	Liczba godzin
1. RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA				20
1. Reguła mnożenia	– reguła mnożenia – prezentacja wyników doświadczenia za pomocą drzewa	Uczeń: – wypisuje wszystkie możliwe wyniki danego doświadczenia – stosuje regułę mnożenia do obliczania liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek – przedstawia drzewo ilustrujące zbiór wszystkich możliwych wyników danego doświadczenia	K–P K–R P–R	1
2. Permutacje	– definicja permutacji – definicja symbolu $n!$ – liczba permutacji zbioru n-elementowego	Uczeń: – wypisuje wszystkie możliwe permutacje danego zbioru – oblicza liczbę permutacji elementów danego zbioru – przeprowadza obliczenia, stosując definicję silni – wykorzystuje permutacje do rozwiązywania zadań	P P–R P P–D	2
3. Wariacje bez powtórzeń	– definicja wariacji bez powtórzeń – liczba k-elementowych wariacji bez powtórzeń zbioru n-elementowego	Uczeń: – oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń – wykorzystuje wariacje bez powtórzeń do rozwiązywania zadań	R P–D	1
4. Wariacje z powtórzeniami	– definicja wariacji z powtórzeniami – liczba k-elementowych wariacji z powtórzeniami zbioru n-elementowego	Uczeń: – oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami – wykorzystuje wariacje z powtórzeniami do rozwiązywania zadań	P–R P–D	2
5. Reguła dodawania	– reguła dodawania	Uczeń: – stosuje regułę dodawania do obliczania liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek – wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki do rozwiązywania zadań	K–R P–D	2

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
6. Zdarzenia losowe	– pojęcie zdarzenia elementarnego – pojęcie przestrzeni (zbioru) zdarzeń elementarnych – pojęcie zdarzenia losowego – wyniki sprzyjające zdarzeniu losowemu – zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe – suma, iloczyn i różnica zdarzeń losowych – zdarzenia wykluczające się – zdarzenie przeciwne	Uczeń: – określa przestrzeń (zbiór) zdarzeń elementarnych dla danego doświadczenia – podaje wyniki sprzyjające danemu zdarzeniu losowemu – określa zdarzenie niemożliwe i zdarzenie pewne – wyznacza sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń losowych – wypisuje pary zdarzeń przeciwnych i pary zdarzeń wykluczających się	K–P K–P K–P R–D P–P	1
7. Prawdopodobieństwo klasyczne	– pojęcie prawdopodobieństwa – klasyczna definicja prawdopodobieństwa	Uczeń: – oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń losowych, stosując klasyczną definicję prawdopodobieństwa – stosuje regułę mnożenia, regułę dodawania, permutacje i wariacje do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń	K–D K–D	2
8. Prawdopodobieństwo klasyczne – zadania		Uczeń: – oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń losowych, stosując klasyczną definicję prawdopodobieństwa	K–D	2
9. Rozkład prawdopodobieństwa	– rozkład prawdopodobieństwa – prawdopodobieństwo zdarzenia jako suma prawdopodobieństw zdarzeń elementarnych	Uczeń: – podaje rozkład prawdopodobieństwa dla rzutów kostką lub monetą (symetryczną i niesymetryczną)	K–P	1

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
10. Własności prawdopodobieństwa	- własności prawdopodobieństwa: $P(A) \geq 0$ oraz $P(A) \leq 1$ $P(\emptyset) = 0$, $P(\Omega) = 1$ - Jeżeli $A \subset B$, to $P(A) \leq P(B)$ $P(A') = 1 - P(A)$ - inne własności prawdopodobieństwa: - Jeżeli $A, B \subset \Omega$, to $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$, $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ dla dowolnych zdarzeń wykluczających się. - Jeżeli $A, B \subset \Omega$, to $P(A \setminus B) = P(A) - P(A \cap B)$.	Uczeń: - oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego - stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń - sprawdza, czy zdarzenia się wykluczają - stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń oraz w zadaniach wykorzystujących własności prawdopodobieństwa	K P–R P–R D–W	2
11. Wartość oczekiwana zmiennej losowej	- definicja zmiennej losowej - definicja rozkładu zmiennej losowej - definicja wartości oczekiwanej - definicja gry sprawiedliwej	Uczeń: - przedstawia za pomocą tabeli rozkład zmiennej losowej - oblicza wartość oczekiwaną gry - rozstrzyga, czy gra jest sprawiedliwa	K–P P R	1
12. Powtórzenie wiadomości 13. Praca klasowa i jej omówienie				3
2. GRANIASTOSŁUPY I OSTROSŁUPY				20

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
1. Proste i płaszczyzny w przestrzeni	– wzajemne położenie dwóch płaszczyzn – wzajemne położenie dwóch prostych – proste skośne – prostopadłość prostych w przestrzeni – wzajemne położenie prostej i płaszczyzny – rzut prostokątny na płaszczyznę – twierdzenie o prostej prostopadłej do płaszczyzny	Uczeń: – przedstawia graniastosłupy na rysunkach – wskazuje w wielościanie proste prostopadłe, równoległe i skośne – wskazuje w wielościanie rzut prostokątny danego odcinka na daną płaszczyznę – przeprowadza wnioskowania dotyczące położenia prostych w przestrzeni	K K K–P R–D	1
2. Graniastosłupy	– graniastosłup prosty i graniastosłup pochyły – powierzchnia boczna graniastosłupa – wysokość graniastosłupa – prostopadłościan – graniastosłup prawidłowy – pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej graniastosłupa – siatki sześcianu	Uczeń: – przedstawia graniastosłupy na rysunkach – określa liczbę ścian, wierzchołków i krawędzi graniastosłupa – sprawdza, czy istnieje graniastosłup o danej liczbie krawędzi – wskazuje elementy charakteryzujące graniastosłup – oblicza pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej graniastosłupa prostego – rysuje siatkę graniastosłupa prostego – stosuje wzory na pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej do rozwiązywania zadań	K K K–P K P–R K P–R	2

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
3. Odcinki w graniastosłupach	– przekątna graniastosłupa – długość przekątnej prostopadłościanu	Uczeń: – oblicza długości przekątnych graniastosłupa prostego (również z wykorzystaniem trygonometrii) – stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni graniastosłupa – uzasadnia prawdziwość wzorów dotyczących przekątnych prostopadłościanów	K–P P–D D–W	2
4. Objętość graniastosłupa	– wzór na objętość graniastosłupa	Uczeń: – oblicza objętość graniastosłupa prostego – rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące graniastosłupów	K–P D–W	1
5. Ostrosłupy	– ostrosłup prosty – ostrosłup prawidłowy – wysokość ostrosłupa, spodek wysokości – kąt płaski przy wierzchołku ostrosłupa prawidłowego – czworościan foremny – pole powierzchni ostrosłupa	Uczeń: – przedstawia ostrosłupy na rysunkach – wskazuje elementy charakteryzujące ostrosłup – oblicza pole powierzchni ostrosłupa, mając daną jego siatkę – rysuje siatkę ostrosłupa prostego, mając dany jej fragment – oblicza pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej ostrosłupa – stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni ostrosłupa	K K K–P K–P K–P K–R	2
6. Objętość ostrosłupa	– wzór na objętość ostrosłupa – wzór na wysokość i objętość czworościanu foremnego	Uczeń: – oblicza objętość ostrosłupa prawidłowego – stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania objętości ostrosłupa – rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ostrosłupów	K–P P–D D–W	2

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
7. Kąt między prostą a płaszczyzną	– pojęcie kąta między prostą a płaszczyzną	Uczeń: – wskazuje i wyznacza kąty między odcinkami w graniastosłupie a płaszczyzną jego podstawy lub ścianą boczną – wskazuje i wyznacza kąty między odcinkami w ostrosłupie a płaszczyzną jego podstawy – rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta między prostą a płaszczyzną (również z wykorzystaniem trygonometrii)	K–R K–R P–D	2
8. Kąt dwuścienny	– pojęcie kąta dwuściennego – miara kąta dwuściennego	Uczeń: – wskazuje kąt między sąsiednimi ścianami wielościanów – wyznacza kąt między sąsiednimi ścianami wielościanów – rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta dwuściennego	K P–D P–D	2
9. Przekroje prostopadłościanów	– różne przekroje prostopadłościanu	Uczeń: – wskazuje przekroje prostopadłościanu – oblicza pole danego przekroju (również z wykorzystaniem trygonometrii) – rozwiązuje zadania dotyczące przekrojów prostopadłościanu (również z wykorzystaniem trygonometrii)	P–R D D–W	2
10. Powtórzenie wiadomości 11. Praca klasowa i jej omówienie				4

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagień	Liczba godzin
3. BRYŁY OBROTOWE				10
1. Walec	– pojęcie walca – podstawa, wysokość oraz tworząca walca – wzór na pole powierzchni całkowitej walca – przekrój osiowy walca – wzór na objętość walca	Uczeń: – wskazuje elementy charakteryzujące walec – zaznacza przekrój osiowy walca – oblicza pole powierzchni całkowitej walca – oblicza objętość walca – rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej walca – stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości walca – rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące walca	K K K–R K–R P–R P–D D–W	2
2. Stożek	– pojęcie stożka – podstawa, wierzchołek, wysokość oraz tworząca stożka – wzór na pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej stożka – przekrój osiowy stożka – kąt rozwarcia stożka – wzór na objętość stożka	Uczeń: – wskazuje elementy charakteryzujące stożek – zaznacza przekrój osiowy stożka i kąt rozwarcia stożka – oblicza pole powierzchni całkowitej stożka – oblicza objętość stożka – rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej stożka – stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości stożka – rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące stożka	K K K–R K–R P–D P–D D–W	2

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
3. Kula	– kula i sfera – przekroje kuli, koło wielkie – pojęcie płaszczyzny stycznej do kuli – wzór na pole powierzchni kuli – wzór na objętość kuli	Uczeń: – wskazuje elementy charakteryzujące kulę i sferę – zaznacza przekroje kuli – oblicza pole powierzchni kuli i jej objętość – stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości kuli – rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące kuli	K–P K K–R P–D D–W	2
4. Bryły podobne	– bryły podobne – skala podobieństwa brył podobnych	Uczeń: – wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych – wykorzystuje podobieństwo brył do rozwiązywania zadań i skalę podobieństwa brył podobnych	P P–D	2
5. Powtórzenie wiadomości 6. Praca klasowa i jej omówienie				2
4. PRZYKŁADY DOWODÓW W MATEMATYCE				9
1. Dowody w algebrze (1)	– budowa twierdzenia – implikacja: poprzednik, następnik; założenie i teza twierdzenia – twierdzenia dotyczące własności liczb całkowitych – twierdzenia dotyczące wyrażeń algebraicznych	Uczeń: – dowodzi własności liczb całkowitych, zapisanych za pomocą potęg lub wyrażeń algebraicznych, np. podzielności	P–D	2

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
2. Dowody w algebrze (2)	– dowód metodą równoważnego przekształcania tezy – zależność między średnią arytmetyczną a średnią geometryczną	Uczeń: – stosuje metodę równoważnego przekształcania tezy do uzasadnienia własności wyrażeń algebraicznych – dowodzi prawdziwości nierówności, wykorzystując zależność między średnią arytmetyczną a średnią geometryczną	P–D K–D	2
3. Dowody nie wprost	– dowodzenie nie wprost	Uczeń: – uzasadnia niewymierność liczby, stosując dowód nie wprost	K–D	1
4. Dowody w geometrii (1)	– cechy przystawania trójkątów	Uczeń: – podaje założenie i tezę twierdzenia geometrycznego – wykorzystuje przystawanie trójkątów do dowodzenia twierdzeń	K P–D	2
5. Dowody w geometrii (2)	– cechy podobieństwa trójkątów – twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie	Uczeń: – wykorzystuje podobieństwo trójkątów do dowodzenia twierdzeń – dowodzi własności odcinków w trójkącie prostokątnym – wykorzystuje związki miarowe w trójkątach do dowodzenia twierdzeń	P–D P–D P–D	2
5. POWTÓRZENIE PRZED MATURĄ				41
Razem				100

Zakres rozszerzony (to, co w zakresie podstawowym plus poniżej)

1. RACHUNEK RÓŻNICZKOWY				12
1. Interpretacja fizyczna pochodnej Pochodna funkcji złożonej	– funkcja złożona, funkcja wewnętrzna, funkcja zewnętrzna – interpretacja fizyczna pochodnej	Uczeń: – wyznacza wzór funkcji złożonej oraz jej dziedzinę – wyznacza pochodną funkcji złożonej	P–D P–D	1

	- twierdzenie o pochodnej funkcji złożonej	- stosuje pochodną funkcji złożonej w zadaniach dotyczących stycznej - wyznacza pochodną funkcji będącej złożeniem funkcji trygonometrycznych i wielomianów - stosuje pochodną do wyznaczania prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał	P-D D-W P-R	
2. Monotoniczność funkcji	- twierdzenia o związku monotoniczności funkcji i znaku jej pochodnej	Uczeń: - korzysta z własności pochodnej do wyznaczania przedziałów monotoniczności funkcji - uzasadnia monotoniczność funkcji w danym zbiorze - wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna, stosując twierdzenie o znaku pochodnej - wykorzystuje znak pochodnej do uzasadniania nierówności trygonometrycznych	K-R P-R P-D W	1
3. Ekstrema funkcji	- definicje minimum lokalnego i maksimum lokalnego - warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum	Uczeń: - podaje ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu - wyznacza ekstremum funkcji, stosując warunki konieczny i wystarczający jego istnienia - wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja miała ekstremum w danym punkcie - uzasadnia, że dana funkcja nie ma ekstremum	K-P K-R P-R P-D	2
4. Wartość najmniejsza i wartość największa funkcji	- wartości najmniejsza i największa funkcji w przedziale domkniętym	Uczeń: - wyznacza wartości funkcji najmniejszą i największą w przedziale domkniętym - wyznacza zbiór wartości funkcji, stosując twierdzenie o przyjmowaniu wartości największej i najmniejszej - wykorzystuje wartość najmniejszą i wartość największą funkcji w zadaniach z parametrem	P-R P-D D-W	2
5. Zagadnienia optymalizacyjne	- zagadnienia optymalizacyjne	Uczeń: - wykorzystuje umiejętność wyznaczania najmniejszej i największej wartości funkcji w zadaniach optymalizacyjnych	P-D	2
6. Szkicowanie wykresu funkcji	- schemat badania własności funkcji	Uczeń: - podaje schemat badania własności funkcji - bada własności funkcji i zapisuje je w tabeli - szkicuje wykres funkcji na podstawie jej własności	K P-D R-D	2

7. Powtórzenie wiadomości 8. Praca klasowa i jej omówienie				2
---	--	--	--	---

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
2. RACHUNEK PRAWDOPODOBIĘSTWA				13
1. Kombinacje	– definicja kombinacji – liczba k-elementowych kombinacji zbioru n-elementowego – symbol Newtona – wzór dwumianowy Newtona – trójkąt Pascala	Uczeń: – oblicza wartość symbolu Newtona $\binom{n}{k}$, gdzie $n \geq k$ – oblicza liczbę kombinacji – wypisuje wszystkie k-elementowe kombinacje danego zbioru n-elementowego, np. dla $k = 4$, $n = 5$ – wykorzystuje kombinacje do rozwiązywania zadań – stosuje własności trójkąta Pascala – wykorzystuje wzór dwumianowy Newtona do rozwinięcia wyrażeń postaci $(a + b)^n$ i wyznaczenia współczynników wielomianów – uzasadnia zależności, w których występuje symbol Newtona, w tym twierdzenie: jeśli $0 < k < n$, to $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$ oraz wzory skróconego mnożenia na $a^n \pm b^n$ i wniosek: $a - b \mid a^n - b^n$ dla $a, b \in \mathbf{Z}$	K K–R K–P K–D P–R R–D R–D	2
2. Prawdopodobieństwo warunkowe	– definicja prawdopodobieństwa warunkowego – prezentacja wyników doświadczenia za pomocą drzewa w przypadku prawdopodobieństwa warunkowego – zdarzenia niezależne i zależne	Uczeń: – oblicza prawdopodobieństwo warunkowe – stosuje wzór na prawdopodobieństwo warunkowe do wyznaczenia prawdopodobieństwa np. sumy, iloczynu, różnicy zdarzeń – dowodzi własności prawdopodobieństwa warunkowego	K–D R–D W	2

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
3. Prawdopodobieństwo całkowite	– wzór na prawdopodobieństwo całkowite	Uczeń: – sprawdza, czy są spełnione założenia twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym – oblicza prawdopodobieństwo całkowite	K–P K–D	2
4. Wzór Bayesa	– wzór Bayesa	Uczeń: – stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństwa przyczyny – udowadnia wzór Bayesa	P–D W	1
5. Doświadczenia wieloetapowe	– ilustracja doświadczenia za pomocą drzewa	Uczeń: – ilustruje doświadczenie wieloetapowe za pomocą drzewa – oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniu wieloetapowym	K–R P–D	2
6. Schemat Bernoulliego	– próba Bernoulliego – pojęcie sukcesu, porażki – wzór Bernoulliego	Uczeń: – oblicza prawdopodobieństwo sukcesu i porażki w pojedynczej próbie Bernoulliego – stosuje wzór Bernoulliego do obliczania prawdopodobieństwa k sukcesów w n próbach – wykorzystuje wzór Bernoulliego do obliczania prawdopodobieństwa co najmniej k sukcesów w n próbach	K K–R P–D	2
7. Powtórzenie wiadomości 8. Praca klasowa i jej omówienie				2
3. GRANIASTOSŁUPY I OSTROŚŁUPY				4

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
1. Twierdzenie o trzech prostych prostopadłych	– twierdzenie o trzech prostych prostopadłych	Uczeń: – stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do uzasadnienia prostopadłości prostych – stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do rozwiązywania zadań ze stereometrii – przeprowadza dowód twierdzenia o trzech prostych prostopadłych	P–D P–D D	1
2. Przekroje ostrosłupów	– różne przekroje ostrosłupa	Uczeń: – wyznacza przekroje ostrosłupa prawidłowego – oblicza pole danego przekroju ostrosłupa – rozwiązuje zadania dotyczące przekrojów ostrosłupa	K–P P–D R–W	2
3. Powtórzenie wiadomości				1
4. BRYŁY OBROTOWE				9
1. Bryły opisane na kuli	– sześcián opisany na kuli – ostrosłup prawidłowy czworokątny opisany na kuli – walec opisany na kuli – stożek opisany na kuli	Uczeń: – rysuje przekroje brył opisanych na kuli – rozwiązuje zadania dotyczące brył opisanych na kuli, np. dotyczące obliczania pola powierzchni i objętości brył (również z wykorzystaniem trygonometrii) – wyprowadza wzory na objętość i pole powierzchni bocznej stożka ściętego	R R–D W	2
2. Bryły wpisane w kulę	– prostopadłościan wpisany w kulę – ostrosłup prawidłowy czworokątny wpisany w kulę – walec wpisany w kulę – stożek wpisany w kulę	Uczeń: – rysuje przekroje brył wpisanych w kulę – rozwiązuje zadania dotyczące brył wpisanych w kulę, np. dotyczące obliczania pola powierzchni i objętości brył (również z wykorzystaniem trygonometrii)	R R–D	2

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
3. Inne bryły wpisane i opisane	– walec opisany na graniastosłupie – walec wpisany w graniastosłup – walec opisany na stożku – walec wpisany w stożek	Uczeń: – rysuje przekroje brył wpisanych w inne bryły i opisanych na innych bryłach – rozwiązuje zadania dotyczące brył wpisanych i opisanych (również z wykorzystaniem trygonometrii)	D R–W	2
4. Zagadnienia optymalizacyjne	– funkcje pola powierzchni i objętości brył oraz ich dziedziny	Uczeń: – opisuje funkcją jednej zmiennej pole powierzchni lub objętość bryły i określa jej dziedzinę oraz wyznacza jej największą lub najmniejszą wartość	R–D	2
5. Powtórzenie wiadomości				1
5. POWTÓRZENIE				12
				Razem 50