

Plan wynikowy

MATeMATyka 3

Zakres podstawowy i rozszerzony

Oznaczenia:

K – wymagania konieczne; P – wymagania podstawowe; R – wymagania rozszerzające; D – wymagania dopełniające; W – wymagania wykraczające

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań
1. FUNKCJE TRYGONOMETRYCZNE			
1. Funkcje trygonometryczne dowolnego kąta	– kąt w układzie współrzędnych – definicje funkcji trygonometrycznych kąta $\alpha \in \langle 0^\circ; 360^\circ \rangle$ – znaki wartości funkcji trygonometrycznych – wyznaczanie wartości funkcji trygonometrycznych na podstawie definicji	Uczeń: – zaznacza kąt w układzie współrzędnych – oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu – określa znaki wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta – oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: 90°, 120°, 135°, 225°, korzystając z definicji dowolnego kąta $\alpha \in \langle 0^\circ; 360^\circ \rangle$ – określa położenie końcowego ramienia kąta na podstawie informacji o wartościach funkcji trygonometrycznych tego kąta – oblicza wartości, w których występują funkcje trygonometryczne kątów należących do przedziału $\langle 0^\circ; 360^\circ \rangle$	K K–P K–P K–P K–R P–D
2. Kąt obrotu	– dodatni i ujemny kierunek obrotu – wartości funkcji trygonometrycznych kąta $k \cdot 360^\circ + \alpha$, gdzie $k \in \mathbf{Z}$, $\alpha \in \langle 0^\circ; 360^\circ \rangle$	Uczeń: – zaznacza w układzie współrzędnych położenie ramienia końcowego danego kąta α – zapisuje miarę danego kąta w postaci $k \cdot 360^\circ + \alpha$, $k \in \mathbf{Z}$ – wyznacza kąt, gdy dany jest punkt należący do jego końcowego ramienia – bada, czy punkt należy do końcowego ramienia danego kąta – oblicza wartości funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta, gdy dana jest jego miara stopniowa – wyznacza kąt w podanym przedziale, gdy dana jest wartość jednej jego funkcji trygonometrycznej – określa miarę kąta na podstawie informacji podanych w zadaniu	K K K–P P–R P–R P–R P–D
3. Miara łukowa kąta	– miara łukowa kąta – radian jako jednostka miary łukowej	Uczeń: – zamienia miarę stopniową na miarę łukową i odwrotnie – zapisuje miarę łukową danego kąta w postaci $2k\pi + \alpha$, $k \in \mathbf{Z}$	K K

	zamiana miary stopniowej kąta na miarę łukową i odwrotnie	oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów o danej mierze łukowej	P–R
4. Funkcje okresowe	- definicja funkcji okresowej - okres podstawowy funkcji	Uczeń: - odczytuje okres podstawowy funkcji z jej wykresu - szkicuje wykres funkcji okresowej - stosuje okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości	K P–R P–R
5. Wykresy funkcji sinus i cosinus	- wykresy funkcji sinus i cosinus - własności funkcji sinus i cosinus - środki symetrii wykresów funkcji sinus i cosinus - osie symetrii wykresów funkcji sinus i cosinus funkcje parzyste i funkcje nieparzyste	Uczeń: - szkicuje wykresy funkcji sinus i cosinus w danym przedziale - określa własności funkcji sinus i cosinus w danym przedziale - odczytuje z wykresów funkcji sinus i cosinus argumenty, dla których funkcja przyjmuje daną wartość korzystając z wykresów funkcji sinus i cosinus podaje liczbę rozwiązań równania $\sin x = m$, $\cos x = m$ w zależności od parametru m	K P P–R R
6. Wykresy funkcji tangens i cotangens	- wykresy funkcji tangens i cotangens - własności funkcji tangens i cotangens - środki symetrii wykresów funkcji tangens i cotangens	Uczeń: - szkicuje wykresy funkcji tangens i cotangens w danym przedziale - określa własności funkcji tangens i cotangens w danym przedziale - odczytuje z wykresów funkcji tangens i cotangens rozwiązania równania $\tan x = a$, $\cot x = a$ w podanym przedziale	K P P–R
7. Przesunięcie wykresu funkcji o wektor	metoda otrzymywania wykresu funkcji $y = f(x - p) + q$	Uczeń: - szkicuje wykres funkcji $y = f(x - p) + q$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności - szkicuje wykres funkcji, stosując symetrię względem osi OX - szkicuje wykres funkcji będącej złożeniem przesunięcia i symetrii względem osi OX - podaje zbiory wartości funkcji, np. $f(x) = 2 \cos^2 x - 1$	K–P K–P P–D R–D
8. Przekształcenia wykresu funkcji (1)	- metoda szkicowania wykresu funkcji $y = af(x)$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną - pojęcie amplitudy wykresu funkcji	Uczeń: - podaje amplitudę wykresu funkcji $y = af(x)$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną - szkicuje wykres funkcji $y = af(x)$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności - szkicuje wykres funkcji $y = af(x - p) + q$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności	P R–D R–D

9. Przekształcenia wykresu funkcji (2)	– metoda szkicowania wykresu funkcji $y = f(ax)$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną	Uczeń: – szkicuje wykres funkcji $y = af(x)$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności – szkicuje wykresy funkcji będących złożeniem kilku przekształceń i określa ich własności	R D
10. Przekształcenia wykresu funkcji (3)	– metoda szkicowania wykresów funkcji $y = f(x)$ oraz $y = f(x)$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną	Uczeń: – szkicuje wykresy funkcji $y = f(x)$ oraz $y = f(x)$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa ich własności – szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych będących złożeniem kilku przekształceń i określa ich własności – stosuje wykresy funkcji w zadaniach różnych typów	P–R P–D R–D
11. Tożsamości trygonometryczne	– podstawowe tożsamości trygonometryczne – metody dowodzenia tożsamości trygonometrycznych	Uczeń: – stosuje podstawowe tożsamości trygonometryczne w prostych sytuacjach – dowodzi tożsamości trygonometrycznych, podając odpowiednie założenia – oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dana jest wartość jednej z nich	K P–R P–R
12. Funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów	– funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów – funkcje trygonometryczne podwojonego kąta	Uczeń: – wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów – stosuje wzory na funkcje trygonometryczne podwojonego kąta – wykorzystuje wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego do obliczania wartości funkcji trygonometrycznych połowy kąta – stosuje poznane wzory do przekształcania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne, w tym do dowodzenia tożsamości trygonometrycznych – wyznacza zbiór wartości funkcji, stosując wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów – wyprowadza wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego i funkcje trygonometryczne połowy kąta	K–P P–D R R–D R–D W
13. Wzory redukcyjne	– wzory redukcyjne	Uczeń:	K

		– zapisuje dany kąt w postaci $k \cdot \frac{\pi}{2} \pm \alpha$ lub $k \cdot 90^\circ \pm \alpha$, gdzie $k \in \mathbf{Z}$ – wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów z zastosowaniem wzorów redukcyjnych (także z wykorzystaniem tablic wartości trygonometrycznych lub kalkulatora) – wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów z zastosowaniem własności funkcji trygonometrycznych	P R–D
14. Równania trygonometryczne (1)	– metody rozwiązywania równań trygonometrycznych	Uczeń: – rozwiązuje proste równania trygonometryczne – rozwiązuje równania trygonometryczne, wyłączając wspólny czynnik poza nawias	K–P P–D
15. Równania trygonometryczne (2)	– rozwiązywanie równań trygonometrycznych metodą grupowania wyrazów, podstawiania i wykorzystywania wzorów na funkcje trygonometryczne sum i różnic kątów – wzory na sumę i różnicę sinusów oraz cosinusów	Uczeń: – rozwiązuje równania trygonometryczne, które można sprowadzić do równań wielomianowych – stosuje wzory na sumę i różnicę sinusów i cosinusów	R–D W
16. Nierówności trygonometryczne	– metody rozwiązywania nierówności trygonometrycznych	Uczeń: – rozwiązuje nierówności trygonometryczne, korzystając z wykresów odpowiednich funkcji trygonometrycznych – rozwiązuje nierówności trygonometryczne, stosując odpowiednie podstawienia	K–D W
17. Powtórzenie wiadomości 18. Praca klasowa i jej omówienie			
2. GEOMETRIA ANALITYCZNA			
1. Odległość między punktami w układzie współrzędnych	– wzór na odległość między punktami w układzie współrzędnych	Uczeń: – oblicza odległości między punktami w układzie współrzędnych – stosuje wzór na odległość między punktami w zadaniach dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych – wyznacza równanie krzywej, do której należą punkty równo odległe od punktu i od prostej	K P–D D

2. Środek odcinka	wzór na współrzędne środka odcinka	Uczeń: - wyznacza współrzędne środka odcinka, gdy dane są współrzędne jego końców - wyznacza współrzędne jednego z końców odcinka, gdy dane są współrzędne jego środka i drugiego końca - stosuje wzór na środek odcinka w zadaniach dotyczących własności wielokątów w układzie współrzędnych	K P P–D
3. Odległość punktu od prostej	wzór na odległość punktu od prostej	Uczeń: - oblicza odległość punktu od prostej - oblicza odległość między prostymi równoległymi - stosuje wzór na odległość punktu od prostej do obliczania pól wielokątów	K P P–D
4. Okrąg w układzie współrzędnych	- równanie okręgu o środku w początku układu współrzędnych - równanie okręgu w postaci kanonicznej - równanie okręgu w postaci ogólnej	Uczeń: - podaje równanie okręgu o danych środku i promieniu - sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu - wyznacza równanie okręgu o danym środku, przechodzącego przez dany punkt - wyznacza środek i promień okręgu, gdy dane jest jego równanie w postaci kanonicznej lub postaci ogólnej - sprawdza, czy dane równanie jest równaniem okręgu - wyznacza wartość parametru tak, aby dane równanie opisywało okrąg - wyznacza równanie okręgu opisanego na trójkącie - stosuje w zadaniach równanie okręgu	K K K K–P P–R R–D R–D P–D
5. Wzajemne położenie dwóch okręgów	okręgi: styczne, przecinające się i rozłączne	Uczeń: - określa wzajemne położenie dwóch okręgów - podaje liczbę punktów wspólnych dwóch okręgów - wyznacza równanie okręgu o danym środku, znając jego położenie względem okręgu opisanego podanym równaniem - rozwiązuje zadania dotyczące wzajemnego położenia okręgów, w tym zadania z parametrem	P–R R R R–D
6. Wzajemne położenie okręgu i prostej	- styczna do okręgu - sieczna okręgu	Uczeń:	

		– podaje liczbę punktów wspólnych i określa wzajemne położenie okręgu i prostej, porównując odległość środka okręgu od prostej z promieniem okręgu – wyznacza równanie stycznej do okręgu spełniającej podane warunki – określa liczbę punktów wspólnych okręgu i prostej w zależności od parametru – rozwiązuje zadania dotyczące wzajemnego położenia okręgu i prostej	P R R–D P–D
7. Układy równań drugiego stopnia	– sposoby rozwiązywania układów równań drugiego stopnia	Uczeń: – rozwiązuje algebraicznie i graficznie układy równań, z których co najmniej jedno jest drugiego stopnia, w tym zadania z parametrem – stosuje układy równań drugiego stopnia w zadaniach różnych typów	K–R P–D
8. Koło w układzie współrzędnych	– nierówność opisująca koło	Uczeń: – sprawdza, czy dany punkt należy do danego koła – opisuje koło w układzie współrzędnych – podaje geometryczną interpretację rozwiązania układu nierówności drugiego stopnia – opisuje układem nierówności przedstawiony podzbiór płaszczyzny	P P R–D R–D
9. Działania na wektorach	– dodawanie i odejmowanie wektorów – mnożenie wektora przez liczbę – interpretacja geometryczna działań na wektorach – długość wektora – pojęcia wektora zerowego i wektora jednostkowego – równoległość wektorów	Uczeń: – wykonuje działania na wektorach – sprawdza, czy wektory są równoległe – wyznacza wartości parametru tak, aby wektory spełniały podany warunek – stosuje w zadaniach działania na wektorach i ich interpretację geometryczną	K–P P P–R P–D
10. Wektory – zastosowania	– zastosowanie działań na wektorach	Uczeń: – stosuje działania na wektorach do badania współliniowości punktów – stosuje działania na wektorach do podziału odcinka – stosuje wektory w zadaniach z geometrii analitycznej	P K–P P–D

		– wykorzystuje działania na wektorach w zadaniach na dowodzenie	D–W
11. Symetria osiowa	– definicja symetrii osiowej – figury osiowosymetryczne – symetria względem osi układu współrzędnych	Uczeń: – wskazuje figury osiowosymetryczne i podaje liczbę ich osi symetrii – znajduje współrzędne punktu położonego symetrycznie do danego punktu względem osi układu współrzędnych – szkicuje obraz wielokąta w symetrii względem jednej z osi układu współrzędnych i podaje współrzędne jego wierzchołków – wyznacza równanie okręgu symetrycznego do danego okręgu względem jednej z osi układu współrzędnych lub prostej o danym równaniu – stosuje własności symetrii osiowej w zadaniach	K K K–P K–R P–D
12. Symetria środkowa	– definicja symetrii środkowej – figury środkowosymetryczne – symetria względem początku układu współrzędnych	Uczeń: – wskazuje figury środkowosymetryczne – znajduje współrzędne punktu położonego symetrycznie do danego punktu względem początku układu współrzędnych – szkicuje obraz wielokąta w symetrii względem początku układu współrzędnych i podaje współrzędne jego wierzchołków – podaje równanie okręgu symetrycznego do danego okręgu względem początku układu współrzędnych – stosuje w zadaniach własności symetrii środkowej	K K K–P K–P P–D
13. Powtórzenie wiadomości 14. Praca klasowa i jej omówienie			
3. CIĄGI			
1. Pojęcie ciągu	– definicja ciągu – ciąg liczbowy – wykres ciągu – wyraz ciągu	Uczeń: – wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów – wyznacza wyrazy ciągu opisanego słownie – szkicuje wykres ciągu	K–P K–P K–P
2. Sposoby określania ciągu	– sposoby określania ciągu – wzór ogólny ciągu	Uczeń: – wyznacza wzór ogólny ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów – wyznacza wskazane wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym – wyznacza wyrazy ciągu spełniające dany warunek	P K–P P–R

		– wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki	R–D
3. Ciągi monotoniczne (1)	– definicje ciągów: rosnącego, malejącego, stałego, niemalejącego i nierosnącego	Uczeń: – podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają dane warunki – uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny, gdy dane są jego kolejne wyrazy albo wzór ogólny – wyznacza wyraz a_{n+1} ciągu określonego wzorem ogólnym – bada monotoniczność ciągu, korzystając z definicji – wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był ciągiem monotonicznym – dowodzi monotoniczności ciągów określonych za pomocą innych ciągów monotonicznych; podaje przykłady takich ciągów	K–P K–P K–P P–R P–D R–W
4. Ciągi określone rekurencyjnie	– określenie rekurencyjne ciągu	Uczeń: – wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego rekurencyjnie – wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, gdy dany jest wzór ogólny ciągu – rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu	K–P P–R R–D
5. Ciągi monotoniczne (2)	– suma, różnica, iloczyn i iloraz ciągów	Uczeń: – wyznacza wzór ogólny ciągu będącego sumą, różnicą, iloczynem lub ilorazem danych ciągów – bada monotoniczność sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów – rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące monotoniczności ciągu	K–R P–D R–W
6. Ciąg arytmetyczny (1)	– definicje ciągu arytmetycznego i jego różnicy – wzór ogólny ciągu arytmetycznego – monotoniczność ciągu arytmetycznego – własności ciągu arytmetycznego	Uczeń: – podaje przykłady ciągów arytmetycznych – wyznacza wskazane wyrazy ciągu arytmetycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i różnica – określa monotoniczność ciągu arytmetycznego – wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy – stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego do wyznaczania wyrazów tego ciągu – wyznacza wartości niewiadomych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny	K K–P K–P P P–R P–R

		– stosuje w zadaniach własności ciągu arytmetycznego	P–D
7. Ciąg arytmetyczny (2)	– zastosowanie w zadaniach własności ciągu arytmetycznego	Uczeń: – udowadnia, że dany ciąg jest ciągiem arytmetycznym – udowadnia, że ciąg jest ciągiem arytmetycznym wtedy i tylko wtedy, gdy jego wykres jest zawarty w pewnej prostej – stosuje w zadaniach własności ciągu arytmetycznego	P–R D P–D
8. Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego	– wzory na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego	Uczeń: – oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego – stosuje w zadaniach tekstowych wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego – rozwiązuje równania, stosując wzór na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego – uzasadnia wzory, stosując wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego – bada monotoniczność ciągu, korzystając ze wzoru na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego	K–P P–R P–R R–D R–D
9. Ciąg geometryczny (1)	– definicje ciągu geometrycznego i jego ilorazu – wzór ogólny ciągu geometrycznego – własności ciągu geometrycznego	Uczeń: – podaje przykłady ciągów geometrycznych – wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i iloraz – wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, gdy dane są dowolne dwa jego wyrazy – wyznacza wartości niewiadomych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg geometryczny	K K–P P P–R
10. Ciąg geometryczny (2)	– monotoniczność ciągu geometrycznego – pojęcie średniej geometrycznej	Uczeń: – określa monotoniczność ciągu geometrycznego – udowadnia, że dany ciąg jest ciągiem geometrycznym – stosuje w zadaniach związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego oraz średnią geometryczną – stosuje własności ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu	P–R P–D P–R P–D
11. Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego	– wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego	Uczeń: – oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego	K–P

		– stosuje wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu	P–R
12. Ciągi arytmetyczne i ciągi geometryczne – zadania	– własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego	Uczeń: – stosuje własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego w zadaniach różnego typu, w tym w zadaniach na dowodzenie	P–D
13. Procent składany	– procent składany – kapitalizacja odsetek, okres kapitalizacji – stopy procentowe nominalna i efektywna	Uczeń: – oblicza wysokość kapitału przy różnych okresach kapitalizacji – oblicza wysokość kapitału na lokacie systematycznego oszczędzania – oblicza oprocentowanie lokaty – ustala okres oszczędzania – rozwiązuje zadania związane z kredytami	K–P R–D P–R P–R R–D
14. Granica ciągu	– definicja granicy ciągu – pojęcia: ciąg zbieżny, granica właściwa ciągu, prawie wszystkie wyrazy ciągu – twierdzenia: $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = 0 \text{ dla } q \in (-1; 1),$ $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a} = 1 \text{ dla } a > 0,$ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^k} = 0 \text{ dla } k > 0$	Uczeń: – ustala na podstawie wykresu, czy dany ciąg ma granicę, a w przypadku ciągu zbieżnego podaje jego granicę – ustala, ile wyrazów danego ciągu jest oddalonych od danej liczby o podaną wartość – uzasadnia, że dany ciąg nie ma granicy	K–P P–R P–D
15. Ciągi rozbieżne	– definicja ciągu rozbieżnego do ∞ ($-\infty$) – pojęcie granicy niewłaściwej – twierdzenia: $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = \infty \text{ dla } q > 1,$ $\lim_{n \rightarrow \infty} n^k = \infty \text{ dla } k > 0$	Uczeń: – rozpoznaje ciąg rozbieżny na podstawie wykresu i określa, czy ma on granicę niewłaściwą, czy nie ma granicy – bada, ile wyrazów danego ciągu jest większych (mniejszych) od danej liczby – udowadnia rozbieżność ciągu, korzystając z definicji	K–P P–R R–D
16. Obliczanie granic ciągów (1)	– twierdzenie o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych – twierdzenie o trzech ciągach – twierdzenie $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} = 1$	Uczeń: – oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych – stosuje wzory na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego do obliczania granic ciągów – oblicza granice ciągów, stosując twierdzenie o trzech ciągach	P–D P–D P–D

17. Obliczanie granic ciągów (2)	- twierdzenie o własnościach granic ciągów rozbieżnych - symbole nieoznaczone	Uczeń: - oblicza granice niewłaściwe ciągów, korzystając z twierdzenia o własnościach granic ciągów rozbieżnych - wyznacza granice ciągu w zależności od wartości parametru - uzasadnia istnienie granicy niewłaściwej	P–D D–W D–W
18. Szereg geometryczny	- definicja szeregu geometrycznego - suma szeregu geometrycznego - pojęcia szeregu zbieżnego i szeregu rozbieżnego - wzór na sumę szeregu geometrycznego o pierwszym wyrazie a_1 i ilorazie $q \in (-1; 1)$: $S = \frac{a_1}{1-q}$ - warunek zbieżności i warunek rozbieżności szeregu geometrycznego	Uczeń: - sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny - oblicza sumę szeregu geometrycznego zbieżnego - zamienia ułamek okresowy na ułamek zwykły, korzystając ze wzoru na sumę szeregu geometrycznego zbieżnego - stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego w zadaniach dotyczących własności ciągów - rozwiązuje równania, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego - rozwiązuje zadania dotyczące długości krzywych, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego - zamienia ułamek okresowy na ułamek zwykły	K–P P–D P–D P–D R–D W P–R
19. Powtórzenie wiadomości 20. Praca klasowa i jej omówienie			
4. RACHUNEK RÓŻNICZKOWY			
1. Granica funkcji w punkcie	- intuicyjne pojęcie granicy funkcji w punkcie - pojęcie sąsiedztwa punktu x_0 - definicja granicy funkcji w punkcie	Uczeń: - uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie, również na podstawie jej wykresu - uzasadnia, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie, korzystając z definicji	K–R P–R
2. Obliczanie granic funkcji	- twierdzenie o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji w punkcie - twierdzenie o granicy wielomianu i granicy funkcji wymiernej w punkcie - twierdzenie o granicy funkcji $y = \sqrt{f(x)}$ w punkcie	Uczeń: - oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji, które mają granice w tym punkcie - oblicza granicę funkcji $y = \sqrt{f(x)}$ w punkcie - oblicza granice funkcji w punkcie, stosując własności granic funkcji sinus i cosinus w punkcie	K–R R–D D

	- twierdzenie o granicach funkcji sinus i cosinus w punkcie		
3. Granice jednostronne	- definicja granicy prawostronnej i lewostronnej funkcji w punkcie - twierdzenie o związku między granicami jednostronnymi w punkcie a granicą funkcji w punkcie	Uczeń: - oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie - stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie	K–D P–D
4. Granice niewłaściwe	- definicja granicy niewłaściwej funkcji w punkcie - definicja granicy niewłaściwej jednostronnej funkcji w punkcie - twierdzenia dotyczące granic niewłaściwych funkcji w punkcie - asymptota pionowa wykresu funkcji	Uczeń: - wyznacza granice niewłaściwe jednostronne funkcji w punkcie - wyznacza granice niewłaściwe funkcji w punkcie - wyznacza równania asymptot pionowych wykresu funkcji	P–D P–D P–D
5. Granica funkcji w nieskończoności	- definicja granicy funkcji w nieskończoności - twierdzenie dotyczące granicy niektórych funkcji w nieskończoności - asymptota pozioma wykresu funkcji	Uczeń: - wyznacza granice funkcji w nieskończoności - stosuje różne metody wyznaczania granicy odpowiednio w ∞ i w $-\infty$ - wyznacza równania asymptot poziomych wykresu funkcji - udowadnia, że funkcja nie ma granicy w nieskończoności	K–D D K–D D
6. Ciągłość funkcji	- definicja ciągłości funkcji w punkcie - twierdzenie o ciągłości: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji ciągłych w punkcie - definicja funkcji ciągłej w przedziale $(a; b)$ i w przedziale $\langle a; b \rangle$	Uczeń: - sprawdza, czy funkcja jest ciągła w danym punkcie - bada ciągłość funkcji - wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie lub przedziale	P–R P–D R–D
7. Własności funkcji ciągłych	- własność Darboux - twierdzenie Weierstrassa	Uczeń: - stosuje twierdzenia o przyjmowaniu wartości pośrednich (własność Darboux) do uzasadniania istnienia miejsca zerowego funkcji i wyznaczania jego przybliżonej wartości	P–D

		– stosuje twierdzenie Weierstrassa do wyznaczania wartości najmniejszej i największej funkcji w danym przedziale domkniętym	P–D
8. Pochodna funkcji w punkcie	– iloraz różnicowy funkcji – współczynnik kierunkowy prostej jako tangens kąta nachylenia prostej do osi OX – styczna i sieczna wykresu funkcji – definicja pochodnej funkcji w punkcie – interpretacja geometryczna pochodnej funkcji w punkcie	Uczeń: – oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z definicji pochodnej – stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie – oblicza miarę kąta, jaki styczna do wykresu funkcji w punkcie tworzy z osią OX – uzasadnia, że funkcja nie ma pochodnej w punkcie	P–R P–D P–D R–D
9. Funkcja pochodna	– określenie funkcji pochodnej danej funkcji – funkcja różniczkowalna – wzory na pochodne funkcji potęgowej – równanie stycznej	Uczeń: – korzysta ze wzorów do wyznaczania funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie – wyznacza równanie stycznej do wykresu funkcji w danym punkcie – wyznacza współrzędne punktu wykresu funkcji, w którym styczna do niego spełnia podane warunki – na podstawie definicji pochodnej wyprowadza wzory na pochodne funkcji	K–R K–P R–D R–W
10. Działania na pochodnych	– twierdzenia o pochodnej: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji – pochodne funkcji trygonometrycznych	Uczeń: – stosuje twierdzenia o pochodnej: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie – stosuje pochodne w zadaniach dotyczących stycznej do wykresu funkcji – wyznacza pochodne funkcji trygonometrycznych – wyprowadza wzory na pochodną: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji	K–D P–D D D–W
11. Pochodna funkcji złożonej	– funkcja złożona, funkcja wewnętrzna, funkcja zewnętrzna – twierdzenie o pochodnej funkcji złożonej	Uczeń: – wyznacza wzór funkcji złożonej oraz jej dziedzinę – wyznacza pochodną funkcji złożonej – stosuje pochodną funkcji złożonej w zadaniach dotyczących stycznej	P–D P–D P–D

		– wyznacza pochodną funkcji będącej złożeniem funkcji trygonometrycznych i wielomianów	D–W
12. Interpretacja fizyczna pochodnej	– interpretacja fizyczna pochodnej	Uczeń: – stosuje pochodną do wyznaczania prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał	P–R
13. Monotoniczność funkcji	– twierdzenia o związku monotoniczności funkcji i znaku jej pochodnej	Uczeń: – korzysta z własności pochodnej do wyznaczania przedziałów monotoniczności funkcji – uzasadnia monotoniczność funkcji w danym zbiorze – wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna, stosując twierdzenie o znaku pochodnej – wykorzystuje znak pochodnej do uzasadniania nierówności trygonometrycznych	K–R P–R P–D W
14. Ekstrema funkcji	– definicje minimum lokalnego i maksimum lokalnego – warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum	Uczeń: – podaje ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu – wyznacza ekstremum funkcji, stosując warunki konieczny i wystarczający jego istnienia – wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja miała ekstremum w danym punkcie – uzasadnia, że dana funkcja nie ma ekstremum	K–P K–R P–R P–D
15. Wartość najmniejsza i wartość największa funkcji	– wartości najmniejsza i największa funkcji w przedziale domkniętym	Uczeń: – wyznacza wartości funkcji najmniejszą i największą w przedziale domkniętym – wyznacza zbiór wartości funkcji, stosując twierdzenie o przyjmowaniu wartości największej i najmniejszej – wykorzystuje wartość najmniejszą i wartość największą funkcji w zadaniach z parametrem	P–R P–D D–W
16. Zagadnienia optymalizacyjne	– zagadnienia optymalizacyjne	Uczeń: – wykorzystuje umiejętność wyznaczania najmniejszej i największej wartości funkcji w zadaniach optymalizacyjnych	P–D
17. Szkicowanie wykresu funkcji	– schemat badania własności funkcji	Uczeń: – podaje schemat badania własności funkcji – bada własności funkcji i zapisuje je w tabeli – szkicuje wykres funkcji na podstawie jej własności	K P–D R–D
18. Powtórzenie wiadomości			

19. Praca klasowa i jej omówienie			
5. STATYSTYKA			
1. Średnia arytmetyczna	– pojęcie średniej arytmetycznej	Uczeń: – oblicza średnią arytmetyczną zestawu danych – oblicza średnią arytmetyczną danych przedstawionych na diagramach lub pogrupowanych w inny sposób – wykorzystuje w zadaniach średnią arytmetyczną	K K–R P–D
2. Mediana, skala centylowa i dominanta	– pojęcie mediany – pojęcie skali centylowej – pojęcie dominanty	Uczeń: – wyznacza medianę i dominantę zestawu danych – odczytuje informacje ze skali centylowej – wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych na diagramach lub pogrupowanych w inny sposób – wykorzystuje w zadaniach medianę i dominantę	K P–R K–R P–D
3. Odchylenie standardowe	– pojęcie wariancji – pojęcie odchylenia standardowego	Uczeń: – oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych – oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych przedstawionych różnymi sposobami	K–P P–D
4. Średnia ważona	– pojęcie średniej ważonej	Uczeń: – oblicza średnią ważoną zestawu liczb z podanymi wagami – stosuje w zadaniach średnią ważoną	K–P P–D
5. Powtórzenie wiadomości 6. Praca klasowa i jej omówienie			