KOD UCZNIA

PESEL

Egzamin ósmoklasisty
Matematyka

Czas pracy: 100 minut
Liczba punktów do zdobycia: 30

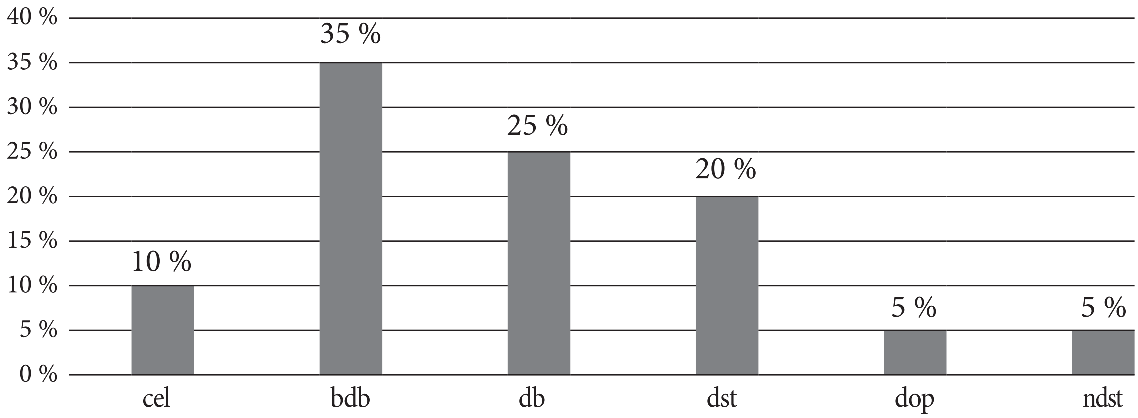
Instrukcja dla ucznia

1. Sprawdź, czy na kolejno ponumerowanych **stronach** jest wydrukowanych **21 zadań**.
2. Ewentualny brak stron lub inne usterki zgłoś nauczycielowi.
3. Na tej stronie wpisz swój kod i numer PESEL.
4. Czytaj uważnie wszystkie teksty i zadania. Wykonuj zadania zgodnie z poleceniami.
5. Rozwiązania zadań zapisuj długopisem lub piórem z czarnym tuszem/atramentem.
6. Nie używaj korektora.
7. W zadaniach zamkniętych poprawna jest zawsze tylko jedna odpowiedź.
8. Odpowiedzi do zadań zamkniętych zaznaczaj symbolem X. Jeśli się pomylisz, błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz inną odpowiedź.
9. Rozwiązania zadań otwartych zapisz czytelnie i starannie w wyznaczonych miejscach w arkuszu egzaminacyjnym.
10. Jeśli się pomylisz, zapisując odpowiedź w zadaniu otwartym, pomyłkę przekreśl i napisz poprawną odpowiedź, np.
    nad niepoprawnym fragmentem
    64 cm²
    Pole kwadratu jest równe ~~100 cm²~~.
    lub obok niego, np.
    Pole kwadratu jest równe ~~100 cm²~~. 64 cm²
11. Zapisy w brudnopisie nie będą sprawdzane i oceniane.

Powodzenia!

Zadanie 1. (0–1)

Diagram przedstawia wyniki ze sprawdzianu z matematyki w pewnej dwudziestoosobowej klasie.



Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Ocenę dobrą (db) dostało o 5 osób więcej niż ocenę dostateczną (dst).	**P**	**F**
Średnia arytmetyczna ocen z tego sprawdzianu wyniosła 4,1.	**P**	**F**

Zadanie 2. (0–1)

Dane są dwie liczby:

$x = 2\sqrt{3}$ oraz $y = 5\sqrt{3}$

Uzupełnij poniższe zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

Suma liczb x i y wynosi **A / B**. **A.** $7\sqrt{3}$ **B.** $7\sqrt{6}$

Iloczyn liczb x i y wynosi **C / D**. **C.** 30 **D.** $10\sqrt{3}$

Brudnopis:

Zadanie 3. (0–1)

Kamil wpisał do tabeli kilka liczb według pewnej reguły.

8	16	32				

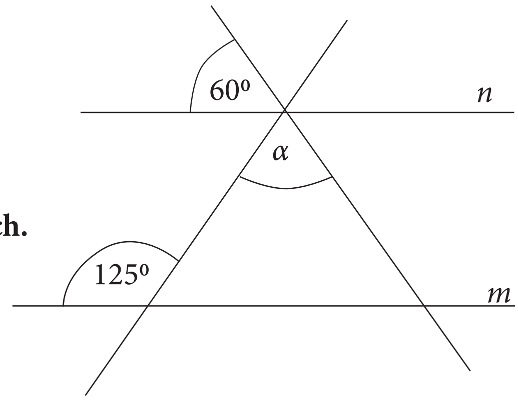
Wyobraź sobie, że tabelę przedłużono do 20 pól.

Która z liczb będzie znajdowała się w dwudziestym polu? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. 2^{18} **B.** 2^{20} **C.** 2^{22} **D.** 2^{23}

Zadanie 4. (0–1)

Proste równoległe m i n przecięto dwiema innymi prostymi, tworząc kąty. Miary niektórych z nich zaznaczono na rysunku.

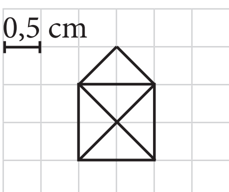


Jaką miarę ma kąt α? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. 55^0 **B.** 60^0 **C.** 65^0 **D.** 70^0

Zadanie 5. (0–1)

Na standardowym papierze w kratkę Asia narysowała linię łamaną, nie odrywając długopisu od kartki (jak na rysunku).



Jaką długość ma ta linia? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. 7 cm **B.** 14 cm **C.** $(4 + 3\sqrt{2})$ cm **D.** $(3 + \sqrt{2})$ cm

Brudnopis:

Zadanie 6. (0–1)

Jaką postać ma ułamek 32,(25) zaokrąglony do części tysięcznych? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. 32,252 **B.** 32,253 **C.** 32,2525 **D.** 32000

Zadanie 7. (0–1)

Prostopadłościenny klocek o wymiarach 20 cm x 20 cm x 50 cm rozcięto na dwa mniejsze klocki. Pierwszy ma kształt sześcianu, a drugi prostopadłościanu.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Objętość sześciennego klocka wynosi 8 dm^3.	**P**	**F**
Wymiary otrzymanego prostopadłościanu to 20 cm x 30 cm x 30 cm.	**P**	**F**

Zadanie 8. (0–1)

Wzór pozwalający obliczyć przyspieszenie ma postać $a = \frac{V_2 - V_1}{t}$, gdzie a oznacza przyspieszenie, t to czas, V_1 to prędkość początkowa, a V_2 to prędkość końcowa.

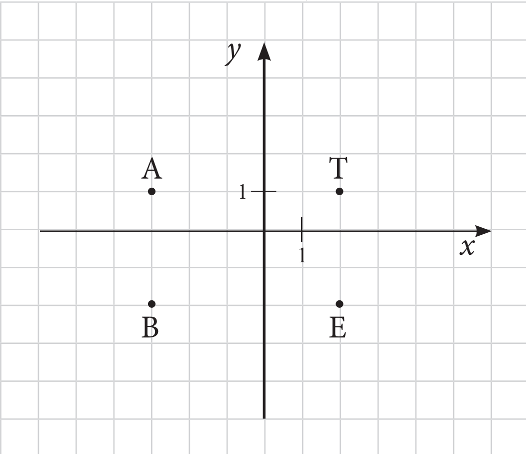
Gdzie poprawnie przekształcono wzór na przyspieszenie? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. $t = \frac{a}{V_2 - V_1}$ **B.** $V_1 = V_2 + at$ **C.** $V_2 = V_1 + at$ **D.** $t = \frac{V_1 + V_2}{a}$

Brudnopis:

Zadanie 9. (0–1)

W układzie współrzędnych zaznaczono cztery punkty będące wierzchołkami prostokąta BETA.



Uzupełnij poniższe zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

Przekątna tego prostokąta ma długość **A / B**.

A. 4 cm **B.** $\sqrt{34}$ cm

Przekątne tego prostokąta przecinają się w punkcie **C / D**.

C. $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ **D.** $(-1, -1)$

Zadanie 10. (0–1)

Cukier rozpuszczono w wodzie w stosunku 3 : 5.

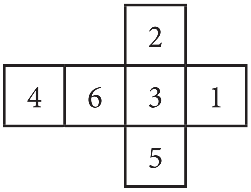
Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Cukier stanowi 60% całego roztworu.	**P**	**F**
W 400 g roztworu jest 150 g cukru.	**P**	**F**

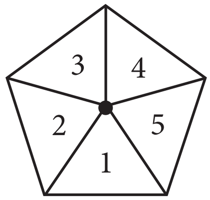
Brudnopis:

Zadanie 11. (0–1)

Ania rzuciła sześcienną kostką do gry, której siatka jest przedstawiona na rysunku 1, a Basia zakręciła bączkiem (rysunek 2).



Rysunek 1



Rysunek 2

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe lub F – jeśli jest fałszywe.

Uzyskanie liczby nieparzystej przez Anię jest bardziej prawdopodobne niż uzyskanie liczby nieparzystej przez Basię.	**P**	**F**
Obie dziewczynki mają takie same szanse na wylosowanie liczby podzielnej przez 4.	**P**	**F**

Zadanie 12. (0–1)

W trójkącie równoramiennym o obwodzie 26 cm jeden z boków ma długość 5 cm.

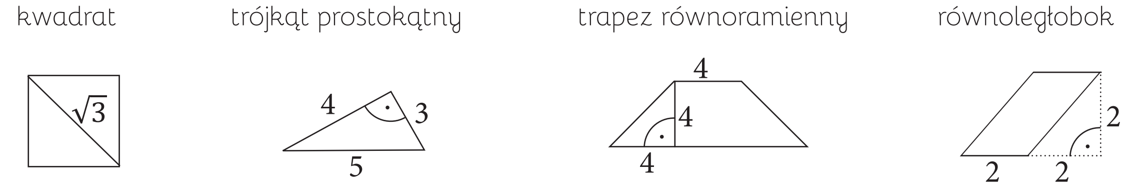
Czy pozostałe boki tego trójkąta mogą mieć długości 5 cm i 16 cm? Wybierz odpowiedź T lub N i jej uzasadnienie spośród A, B albo C.

<table>
<tr><td rowspan="2">T</td><td rowspan="2">Tak,</td><td rowspan="4">ponieważ</td><td>A.</td><td>$5 + 5 + 16 = 26$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">B.</td><td rowspan="2">$5 + 5 < 16$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">N</td><td rowspan="2">Nie,</td></tr>
<tr><td>C.</td><td>$5 + 16 > 5$</td></tr>
</table>

Brudnopis:

Zadanie 13. (0–1)

Na sprawdzianie z matematyki w jednym z zadań trzeba było obliczyć pola narysowanych wielokątów. Oto rozwiązanie Dawida:



kwadrat	trójkąt prostokątny	trapez równoramienny	równoległobok
$P=\frac{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}{2}$	$P=\frac{4\cdot 3}{2}$	$P=\frac{(8+4)\cdot 4}{2}$	$P=2\cdot 2$

Pole którego wielokąta Dawid zapisał błędnie? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. kwadratu
B. trójkąta prostokątnego
C. trapezu równoramiennego
D. równoległoboku

Zadanie 14. (0–1)

Beata zapisała cztery równania a następnie poprawnie je rozwiązała.

I.	II.	III.	IV.
$-3(x+2)=12$	$\frac{1}{2}x=3$	$4(x+1)-2(2-x)=0$	$6x=1$

Okazało się, że wśród nich są dwa, których rozwiązania są liczbami przeciwnymi.

Wskaże je. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. I i IV　　**B.** I i II　　**C.** II i IV　　**D.** II i III

Zadanie 15. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Nieprawdą jest, że:

A. ostrosłup pięciokątny ma 6 ścian
B. czworościan ma 8 krawędzi
C. ostrosłup, który ma 7 ścian, ma 12 krawędzi
D. graniastosłup sześciokątny ma o 5 wierzchołków więcej niż ostrosłup sześciokątny

Brudnopis:

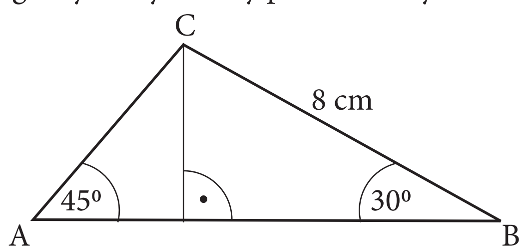
Zadanie 16. (0–2)

Do przyozdobienia sali na bal użyto balonów w trzech kolorach – różowym, fioletowym i srebrnym – z każdego rodzaju tyle samo. Podczas balu pękło 25% fioletowych, 10% różowych i 5% srebrnych balonów – razem 24 balony.

Ilu balonów użyto do dekoracji sali? Zapisz obliczenia.

Zadanie 17. (0–2)

Dany jest trójkąt ABC. Niektóre jego wymiary zostały podane na rysunku.



Oblicz długość boku AB. Zapisz obliczenia.

Zadanie 18. (0–2)

W skrzyni były białe i zielone piłki. Białych piłek było 3 razy więcej niż zielonych. Gdy dołożono 5 zielonych piłek, to wtedy było ich o 3 mniej niż piłek białych.

Ile piłek każdego koloru było na początku? Zapisz obliczenia.

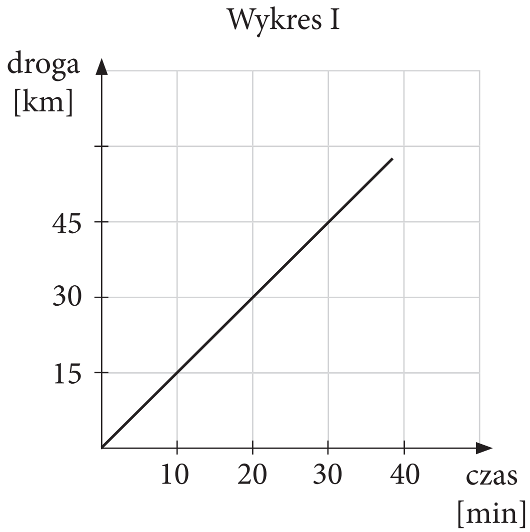
Zadanie 19. (0–2)

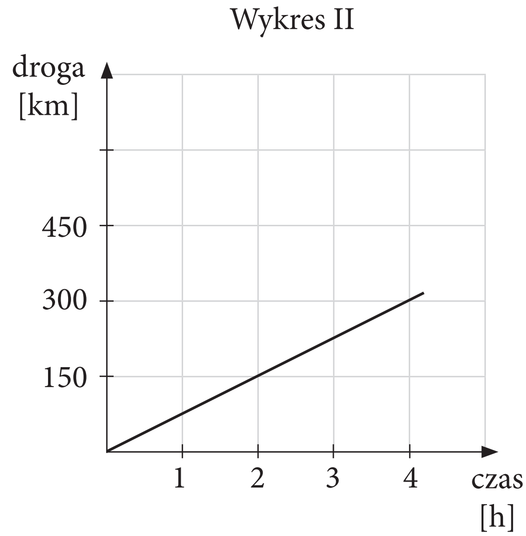
Asia ma w szkatułce 5 par kolczyków. Dzisiaj postanowiła wyciągnąć kilka sztuk losowo.

Ile kolczyków powinna wyciągnąć Asia, aby mieć pewność, że wśród nich znajdą się kolczyki z tej samej pary? Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 20. (0–3)

Pan Adam jedzie na biznesowe spotkanie do Katowic. Ma do wyboru dwie trasy. Na dłuższej trasie, liczącej 120 km, może jechać szybciej (wykres I), a na krótszej 90-kilometrowej trasie musi jechać wolniej (wykres II).



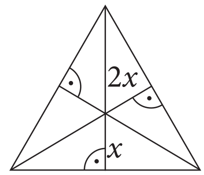


Ile czasu zaoszczędzi pan Adam, wybierając trasę, pokonanie której zajmie mu mniej czasu? Zapisz obliczenia.

Zadanie 21. (0–4)

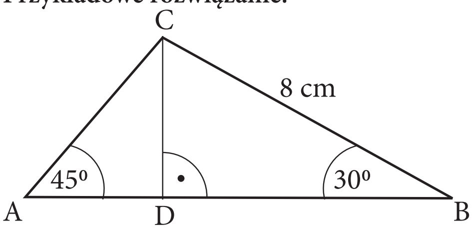
Oblicz objętość czworościanu foremnego o krawędzi 6 cm. Zapisz obliczenia.

Przydatna informacja:
W każdym trójkącie równobocznym wysokości przecinają się w jednym punkcie, który dzieli je w stosunku 1 : 2.



Test I – Rozwiązania zadań i schemat punktowania

Numer zadania	Prawidłowa odpowiedź	Liczba punktów	Kryteria
1.	F, P	1	**1 pkt** – wskazanie obu poprawnych odpowiedzi **0 pkt** – wskazanie jednej poprawnej lub obu niepoprawnych odpowiedzi
2.	A, C	1	**1 pkt** – wskazanie obu poprawnych odpowiedzi **0 pkt** – wskazanie jednej poprawnej lub obu niepoprawnych odpowiedzi
3.	C	1	**1 pkt** – wskazanie poprawnej odpowiedzi **0 pkt** – wskazanie niepoprawnej odpowiedzi
4.	C	1	**1 pkt** – wskazanie poprawnej odpowiedzi **0 pkt** – wskazanie niepoprawnej odpowiedzi
5.	C	1	**1 pkt** – wskazanie poprawnej odpowiedzi **0 pkt** – wskazanie niepoprawnej odpowiedzi
6.	B	1	**1 pkt** – wskazanie poprawnej odpowiedzi **0 pkt** – wskazanie niepoprawnej odpowiedzi
7.	P, F	1	**1 pkt** – wskazanie obu poprawnych odpowiedzi **0 pkt** – wskazanie jednej poprawnej lub obu niepoprawnych odpowiedzi
8.	C	1	**1 pkt** – wskazanie poprawnej odpowiedzi **0 pkt** – wskazanie niepoprawnej odpowiedzi
9.	B, C	1	**1 pkt** – wskazanie obu poprawnych odpowiedzi **0 pkt** – wskazanie jednej poprawnej lub obu niepoprawnych odpowiedzi
10.	F, P	1	**1 pkt** – wskazanie obu poprawnych odpowiedzi **0 pkt** – wskazanie jednej poprawnej lub obu niepoprawnych odpowiedzi
11.	F, F	1	**1 pkt** – wskazanie obu poprawnych odpowiedzi **0 pkt** – wskazanie jednej poprawnej lub obu niepoprawnych odpowiedzi
12.	N, B	1	**1 pkt** – wskazanie obu poprawnych odpowiedzi **0 pkt** – wskazanie jednej poprawnej lub obu niepoprawnych odpowiedzi
13.	C	1	**1 pkt** – wskazanie poprawnej odpowiedzi **0 pkt** – wskazanie niepoprawnej odpowiedzi
14.	B	1	**1 pkt** – wskazanie poprawnej odpowiedzi **0 pkt** – wskazanie niepoprawnej odpowiedzi
15.	B	1	**1 pkt** – wskazanie poprawnej odpowiedzi **0 pkt** – wskazanie niepoprawnej odpowiedzi
UWAGA Poniżej podano przykładowe sposoby rozwiązania zadań otwartych. Należy traktować je tylko jako propozycje i za każde inne poprawne rozwiązanie przyznać maksymalną liczbę punktów, a za częściowo poprawne – proporcjonalną liczbę punktów.			
16.	**Przykładowe rozwiązanie 1:** 25% + 10% + 5% = 40% 40% – 24 10% – 6 100% – 60 60 · 3 = 180 Odp. Do dekoracji sali użyto 180 balonów.	2	**2 pkt** – poprawne obliczenie liczby balonów użytych do dekoracji sali **1 pkt** – poprawna metoda obliczenia liczby balonów użytych do dekoracji sali; rozwiązanie zawiera błędy rachunkowe LUB poprawne obliczenie liczby balonów w jednym kolorze **0 pkt** – błędna metoda rozwiązania lub brak rozwiązania

<table>
<tr>
<td></td>
<td>Przykładowe rozwiązanie 2:
liczba baloników różowych → x
liczba baloników fioletowych → x
liczba baloników srebrnych→ x
$25\%x + 10\%x + 5\%x = 40\%x$
$40\%x = 24$
$0{,}4x = 24$
$x = 60$
$3x = 180$
Odp. Do dekoracji sali użyto 180 balonów.</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>17.</td>
<td>Przykładowe rozwiązanie:


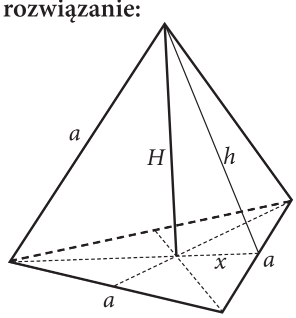
Z własności trójkąta BCD (trójkąt o kątach 90°, 30°, 60°): $BD = 4\sqrt{3}$ cm; $CD = 4$ cm
Z własności trójkąta ACD (trójkąt o kątach 90°, 45°, 45°): $AD = 4$ cm
Zatem $AB = AD + BD = (4 + 4\sqrt{3})$ cm</td>
<td>2</td>
<td>2 pkt – poprawne obliczenie długości odcinka AB
1 pkt – poprawne obliczenie długości boków trójkąta o kątach: 30°, 60°, 90°
LUB poprawna metoda obliczenia długości odcinka AB; rozwiązanie zawiera błędy rachunkowe
0 pkt – błędna metoda rozwiązania lub brak rozwiązania</td>
</tr>
<tr>
<td>18.</td>
<td>Przykładowe rozwiązanie 1:
<table>
<tr><td></td><td>Na początku</td><td>Po zmianach</td></tr>
<tr><td>Białe</td><td>$3x$</td><td>$3x$</td></tr>
<tr><td>Zielone</td><td>x</td><td>$x + 5$</td></tr>
</table>
$x + 5 + 3 = 3x$
$x + 8 = 3x$
$8 = 2x$
$x = 4$
$3x = 12$
Odp. Na początku były 4 zielone piłki i 12 białych.

Przykładowe rozwiązanie 2:
<table>
<tr><td>Liczba zielonych piłek na początku</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr>
<tr><td>Liczba białych piłek na początku</td><td>3</td><td>6</td><td>9</td><td>$\boxed{12}$</td></tr>
<tr><td>Liczba zielonych piłek po dołożeniu 5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>$\boxed{9}$</td></tr>
</table>
$12 – 9 = 3$
Odp. Na początku były 4 zielone piłki i 12 białych.</td>
<td>2</td>
<td>2 pkt – poprawne obliczenie liczby białych i zielonych piłek
LUB podanie poprawnego wyniku stosując zasadę prób i błędów, przy sprawdzeniu przynajmniej trzech przypadków wśród których jest prawidłowy
1 pkt – poprawna metoda obliczenia liczby białych i zielonych piłek; rozwiązanie zawiera błędy rachunkowe
LUB poprawne obliczenie liczby piłek tylko jednego koloru
LUB podanie poprawnego wyniku stosując zasadę prób i błędów, przy zapisaniu tylko jednego, właściwego przypadku
0 pkt – błędna metoda rozwiązania lub brak rozwiązania</td>
</tr>
<tr>
<td>19.</td>
<td>Przykładowe rozwiązanie 1:
Może się zdarzyć, że wśród pięciu kolejno wylosowanych kolczyków nie będzie pary, wtedy szósty wylosowany kolczyk będzie tworzyć parę z jednym z uprzednio wylosowanych.

Przykładowe rozwiązanie 2:
Rodzaje kolczyków: AA, BB, CC, DD, EE
Możliwe losowanie (najdłuższe): A, B, C, D, E, __
Szósty wylosowany kolczyk na pewno będzie miał swoją parę.</td>
<td>2</td>
<td>2 pkt – podanie poprawnej liczby kolczyków wraz z uzasadnieniem
1 pkt – podanie poprawnej liczby kolczyków, ale bez uzasadnienia
LUB zauważenie, że można najpierw wyjąć pięć kolczyków – każdy z innej pary, ale bez wniosku, że szósty wyciągnięty kolczyk utworzy już parę
LUB stwierdzenie, że trzeba wyciągnąć o jeden kolczyk więcej niż połowa wszystkich sztuk
0 pkt – błędna metoda rozwiązania lub brak rozwiązania</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>20.</td>
<td>Przykładowe rozwiązanie:
Trasa I (120 km)
30 km – 20 min
120 km – 80 min

Trasa II (90 km)
150 km – 2 godz. (120 min)
30 km – 24 min
90 km – 72 min

80 – 72 = 8 minut
Odp. Pan Adam zaoszczędzi 8 minut, wybierając trasę II.</td>
<td>3</td>
<td>3 pkt – prawidłowe obliczenie czasu potrzebnego na pokonanie każdej z tras i poprawne obliczenie różnicy czasu przejazdu obu tras
2 pkt – prawidłowe odczytanie informacji z wykresów oraz prawidłowa metoda obliczenia czasu potrzebnego na pokonanie każdej z tras i poprawna metoda obliczenia różnicy czasu przejazdu obu tras; rozwiązanie zawiera błędy rachunkowe
LUB prawidłowe obliczenie czasu potrzebnego na przebycie każdej z tras
1 pkt – prawidłowe obliczenie czasu potrzebnego na pokonanie jednej z tras
0 pkt – błędna metoda rozwiązania lub brak rozwiązania</td>
</tr>
<tr>
<td>21.</td>
<td>Przykładowe rozwiązanie:


$a = 6$ cm
$h = \frac{6\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$ cm
$x = \frac{1}{3}h = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$ cm
$P_p = \frac{36\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}$ cm^2
$V = \frac{1}{3} \cdot 9\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{6} = 6\sqrt{18} = 18\sqrt{2}$ cm^3

$H^2 + x^2 = h^2$
$H^2 = 9 \cdot 3 - 3$
$H^2 = 27 - 3$
$H^2 = 24$
$H = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$ cm

Odp. Objętość tego czworościanu wynosi $18\sqrt{2}$ cm^3.</td>
<td>4</td>
<td>4 pkt – poprawne obliczenie objętości czworościanu foremnego
3 pkt – poprawna metoda obliczenia objętości czworościanu foremnego; rozwiązanie zawiera błędy rachunkowe
LUB poprawne obliczenie wysokości czworościanu foremnego
2 pkt – poprawna metoda obliczenia wysokości czworościanu foremnego
1 pkt – wykonanie poprawnego rysunku i zaznaczenie w nim trójkąta prostokątnego zawierającego wysokość czworościanu
LUB poprawne obliczenie pola podstawy czworościanu
LUB poprawne obliczenie wysokości ściany czworościanu
0 pkt – błędna metoda rozwiązania lub brak rozwiązania</td>
</tr>
</table>