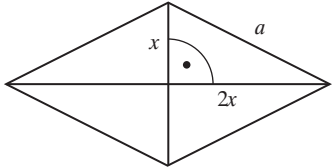


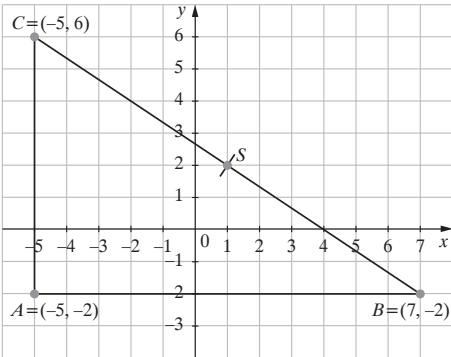
Ogólnopolski Próbny Egzamin Ósmoklasisty z OPERONEM  
Matematyka

**Klucz punktowania**

Marzec 2020

| Numer zadania | Poprawna odpowiedź lub propozycja rozwiązania | Liczba punktów | Zasady przyznawania punktów                                                                          |
|---------------|-----------------------------------------------|----------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1.            | NB                                            | 1              | 1 pkt – podanie poprawnej odpowiedzi<br>0 pkt – podanie odpowiedzi niepoprawnej albo brak odpowiedzi |
| 2.            | A                                             | 1              | 1 pkt – podanie poprawnej odpowiedzi<br>0 pkt – podanie odpowiedzi niepoprawnej albo brak odpowiedzi |
| 3.            | D                                             | 1              | 1 pkt – podanie poprawnej odpowiedzi<br>0 pkt – podanie odpowiedzi niepoprawnej albo brak odpowiedzi |
| 4.            | PF                                            | 1              | 1 pkt – podanie poprawnej odpowiedzi<br>0 pkt – podanie odpowiedzi niepoprawnej albo brak odpowiedzi |
| 5.            | B                                             | 1              | 1 pkt – podanie poprawnej odpowiedzi<br>0 pkt – podanie odpowiedzi niepoprawnej albo brak odpowiedzi |
| 6.            | C                                             | 1              | 1 pkt – podanie poprawnej odpowiedzi<br>0 pkt – podanie odpowiedzi niepoprawnej albo brak odpowiedzi |
| 7.            | BC                                            | 1              | 1 pkt – podanie poprawnej odpowiedzi<br>0 pkt – podanie odpowiedzi niepoprawnej albo brak odpowiedzi |
| 8.            | A                                             | 1              | 1 pkt – podanie poprawnej odpowiedzi<br>0 pkt – podanie odpowiedzi niepoprawnej albo brak odpowiedzi |
| 9.            | B                                             | 1              | 1 pkt – podanie poprawnej odpowiedzi<br>0 pkt – podanie odpowiedzi niepoprawnej albo brak odpowiedzi |
| 10.           | D                                             | 1              | 1 pkt – podanie poprawnej odpowiedzi<br>0 pkt – podanie odpowiedzi niepoprawnej albo brak odpowiedzi |
| 11.           | FF                                            | 1              | 1 pkt – podanie poprawnej odpowiedzi<br>0 pkt – podanie odpowiedzi niepoprawnej albo brak odpowiedzi |
| 12.           | D                                             | 1              | 1 pkt – podanie poprawnej odpowiedzi<br>0 pkt – podanie odpowiedzi niepoprawnej albo brak odpowiedzi |
| 13.           | PF                                            | 1              | 1 pkt – podanie poprawnej odpowiedzi<br>0 pkt – podanie odpowiedzi niepoprawnej albo brak odpowiedzi |

| Numer zadania | Poprawna odpowiedź lub propozycja rozwiązania                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | Liczba punktów | Zasady przyznawania punktów                                                                                                                                       |
|---------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 14.           | D                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 1              | 1 pkt – podanie poprawnej odpowiedzi<br>0 pkt – podanie odpowiedzi niepoprawnej albo brak odpowiedzi                                                              |
| 15.           | C                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 1              | 1 pkt – podanie poprawnej odpowiedzi<br>0 pkt – podanie odpowiedzi niepoprawnej albo brak odpowiedzi                                                              |
| 16.           | <p><math>36 \text{ cm}^2</math></p> <p>Przykładowe rozwiązanie:</p>  <p> <math>a = 12\sqrt{5} : 4 = 3\sqrt{5}</math><br/> <math>x^2 + (2x)^2 = (3\sqrt{5})^2</math><br/> <math>x^2 + 4x^2 = 9 \cdot 5</math><br/> <math>5x^2 = 45</math><br/> <math>x^2 = 9</math><br/> <math>x = 3</math><br/> <math>p_1 = 2 \cdot 3 \text{ cm} = 6 \text{ cm}</math><br/> <math>p_2 = 2 \cdot 6 \text{ cm} = 12 \text{ cm}</math><br/> <math>P = \frac{p_1 \cdot p_2}{2} = 36 \text{ cm}^2</math> </p> <p>Przykładowe rozwiązanie:</p> <p> <math>P = 4 \cdot \frac{x \cdot 2x}{2} = 4x^2</math><br/> <math>x^2 + (2x)^2 = (3\sqrt{5})^2</math><br/> <math>x^2 + 4x^2 = 9 \cdot 5</math><br/> <math>5x^2 = 45</math><br/> <math>x^2 = 9 \text{ [cm}^2\text{]}</math><br/> <math>P = 4x^2 = 4 \cdot 9 \text{ cm}^2 = 36 \text{ cm}^2</math> </p> | 2              | 2 pkt – pełne rozwiązanie<br>1 pkt – poprawny sposób obliczenia połowy długości dowolnej przekątnej rombu<br>0 pkt – brak istotnego postępu albo brak rozwiązania |

| Numer zadania | Poprawna odpowiedź lub propozycja rozwiązania                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | Liczba punktów | Zasady przyznawania punktów                                                                                                                                                                                                                                                          |
|---------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 17.           | <p>2964,60</p> <p>Przykładowe rozwiązanie:<br/> <math>5 + 2 = 7</math><br/> <math>126 \text{ m}^2 : 7 = 18 \text{ m}^2</math><br/> <math>5 \cdot 18 \cdot 54,90 = 4941</math><br/> <math>2 \cdot 18 \cdot 54,90 = 1976,40</math><br/> <math>4941 - 1976,40 = 2964,60</math></p> <p>Przykładowe rozwiązanie:<br/> <math>5 + 2 = 7</math><br/> <math>126 \text{ m}^2 : 7 = 18 \text{ m}^2</math><br/> <math>(5 - 2) \cdot 18 \cdot 54,90 = 2964,60</math></p> <p>Przykładowe rozwiązanie:<br/> <math>x</math> – powierzchnia mniejszego z pomieszczeń<br/> <math>\frac{5}{2} = \frac{126 - x}{x}</math><br/> <math>5x = 252 - 2x</math><br/> <math>7x = 252</math><br/> <math>x = 36</math><br/> <math>126 - 36 = 90</math><br/> <math>90 - 36 = 54</math><br/> <math>54 \cdot 54,90 = 2964,60</math></p> | 2              | <p>2 pkt – pełne rozwiązanie</p> <p>1 pkt – przedstawienie rozwiązania, które zostało doprowadzone do końca, ale zawierało błędy rachunkowe lub poprawny sposób obliczenia powierzchni obu pomieszczeń</p> <p>0 pkt – brak istotnego postępu albo brak rozwiązania</p>               |
| 18.           | <p><math>2\sqrt{13}</math></p> <p>Przykładowe rozwiązanie:</p>  <p>Wyznaczenie środka <math>S</math> przeciwprostokątnej</p> <p>I sposób:<br/>         odczytanie jego współrzędnych z rysunku<br/> <math>S = (1; 2)</math></p> <p>II sposób:<br/>         Obliczenie współrzędnych środka <math>S</math>:<br/> <math>x_S = \frac{7 + (-5)}{2} = 1</math><br/> <math>y_S = \frac{-2 + 6}{2} = 2</math><br/> <math> AS  = \sqrt{(1 - (-5))^2 + (2 - (-2))^2} = \sqrt{36 + 16} = 2\sqrt{13}</math></p>                                                                                                                                                                                                                 | 2              | <p>2 pkt – pełne rozwiązanie</p> <p>1 pkt – przedstawienie rozwiązania, które zostało doprowadzone do końca, ale zawierało błędy rachunkowe lub poprawny sposób wyznaczenia współrzędnych środka przeciwprostokątnej</p> <p>0 pkt – brak istotnego postępu albo brak rozwiązania</p> |

| Numer zadania | Poprawna odpowiedź lub propozycja rozwiązania                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | Liczba punktów | Zasady przyznawania punktów                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|---------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 19.           | <p>37,5</p> <p>Przykładowe rozwiązanie:</p> <p><math>x</math> – liczba uczniów w klasie VIIIb</p> $\frac{7}{8}x = 21$ $x = 21 : \frac{7}{8} = 21 \cdot \frac{8}{7}$ $x = 24$ $3 \cdot 24 = 72$ $72 - 24 - 21 = 27$ $\frac{27}{72} \cdot 100\% = 37,5\%$ <p>Przykładowe rozwiązanie:</p> $21 : 7 \cdot 8 = 24$ $24 - 21 = 3$ $24 + 3 = 27$<br>$21 + 24 + 27 = 72$ $27 : 72 = 0,375 = 37,5\%$ <p>Przykładowe rozwiązanie:</p> <p><math>x</math> – liczba uczniów w klasie VIIIb</p> <p><math>y</math> – liczba uczniów w klasie VIIIC</p> $\frac{7}{8}x = 21$ $x = 21 : \frac{7}{8} = 21 \cdot \frac{8}{7}$ $x = 24$ $\frac{21 + 24 + y}{3} = 24 \quad / \cdot 3$ $45 + y = 72$ $y = 72 - 45 = 27$ $\frac{27}{72} = \frac{3}{8} = 0,375 = 37,5\%$ | 3              | <p>3 pkt – pełne rozwiązanie</p> <p>2 pkt – przedstawienie rozwiązania, które zostało doprowadzone do końca, ale zawierało błędy rachunkowe lub poprawny sposób obliczenia liczby uczniów kl. VIIIC</p> <p>1 pkt – poprawny sposób obliczenia liczby uczniów kl. VIIIb lub liczby wszystkich uczniów klas ósmych</p> <p>0 pkt – brak istotnego postępu albo brak rozwiązania</p> |

| Numer zadania | Poprawna odpowiedź lub propozycja rozwiązania                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | Liczba punktów | Zasady przyznawania punktów                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|---------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 20.           | $21 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ i $29 \frac{\text{km}}{\text{h}}$<br>Przykładowe rozwiązanie:<br>$(15 \text{ km} - 2,4 \text{ km}) : 2 = 12,6 \text{ km} : 2 = 6,3 \text{ km}$<br>– droga Zosi<br>$6,3 \text{ km} + 2,4 \text{ km} = 8,7 \text{ km}$<br>– droga Asi<br>$V_Z = \frac{6,3 \text{ km}}{18 \text{ min}} = \frac{6,3 \cdot 60}{18} \frac{\text{km}}{\text{h}} = 21 \frac{\text{km}}{\text{h}}$<br>$V_A = \frac{8,7 \text{ km}}{18 \text{ min}} = \frac{8,7 \cdot 60}{18} \frac{\text{km}}{\text{h}} = 29 \frac{\text{km}}{\text{h}}$<br>Przykładowe rozwiązanie:<br>$x$ – droga Zosi do domu<br>$x + x + 2,4 = 15$<br>$2x = 12,6$<br>$x = 6,3$<br>$18 \text{ min} = \frac{18}{60} \text{ h} = 0,3 \text{ h}$<br>$V_Z = \frac{6,3 \text{ km}}{0,3 \text{ h}} = 21 \frac{\text{km}}{\text{h}}$<br>$V_A = \frac{(6,3 + 2,4) \text{ km}}{0,3 \text{ h}} = 29 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ | 3              | 3 pkt – pełne rozwiązanie<br>2 pkt – przedstawienie rozwiązania, które zostało doprowadzone do końca, ale zawierało błędy rachunkowe lub poprawny sposób obliczenia prędkości jednej z dziewcząt<br>1 pkt – poprawny sposób obliczenia odległości, jakie przejechała każda z dziewcząt<br>0 pkt – brak istotnego postępu albo brak rozwiązania |

| Numer zadania | Poprawna odpowiedź lub propozycja rozwiązania                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | Liczba punktów | Zasady przyznawania punktów                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|---------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 21.           | <p><math>64\sqrt{3} \text{ cm}^3</math><br/>Przykładowe rozwiązanie:</p> <p><math>V = ?</math><br/> <math>x</math> – połowa długości przekątnej podstawy<br/> <math>4^2 + 4^2 = (2x)^2</math><br/> <math>32 = 4x^2</math><br/> <math>x = \sqrt{8}</math><br/> <math>\sqrt{8}^2 + H^2 = (2\sqrt{14})^2</math><br/> <math>8 + H^2 = 56</math><br/> <math>H = \sqrt{56 - 8}</math><br/> <math>H = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}</math><br/> <math>V = (4 \text{ cm})^2 \cdot 4\sqrt{3} \text{ cm}</math><br/> <math>V = 64\sqrt{3} \text{ cm}^3</math></p> | 3              | <p>3 pkt – pełne rozwiązanie<br/>                 2 pkt – przedstawienie rozwiązania, które zostało doprowadzone do końca, ale zawierało błędy rachunkowe lub poprawny sposób obliczenia długości krawędzi bocznej<br/>                 1 pkt – poprawny sposób obliczenia długości przekątnej podstawy<br/>                 0 pkt – brak istotnego postępu albo brak rozwiązania</p> |