

NIEZBĘDNIK ÓSMOKLASISTY 2024/2025



Opracowanie:

Anna Parzyszek

Korekta merytoryczna:

Joanna Zitterman

Katarzyna Ptak

Witaj, dziękuję Ci za pobranie tego materiału.

Jeśli masz jakieś pytania, problemy, uwagi, wskazówki

– w każdej chwili możesz się ze mną skontaktować poprzez

Fanpage: <https://www.facebook.com/krolowamatma/>

lub e-mail: kontakt@krolowamatma.pl.

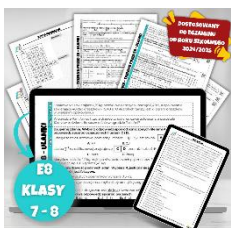
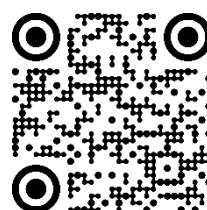
Pozdrawiam serdecznie,

Ania Parzyszek

**Sprawdź materiały, które
urozmaicą przygotowania
do egzaminu ósmoklasisty:**

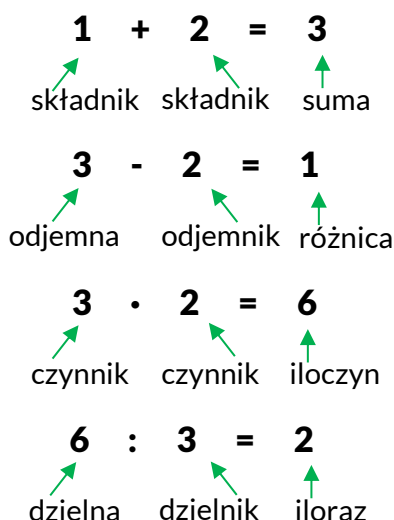
(dostosowane do egzaminu
od roku szk. 2024/2025):

<https://bit.ly/egzaminacyjne>



Niezbędnik ósmoklasisty 2024/2025

nazwy liczb w działaniach



cechy podzielności liczb

Liczba naturalna jest podzielna przez:

- 2**, gdy jej ostatnia cyfra to: 0, 2, 4, 6, 8
- 4**, gdy jej dwie ostatnie cyfry tworzą liczbę podzielną przez 4
- 5**, gdy jej ostatnia cyfra to 0 lub 5
- 10**, gdy jej ostatnia cyfra to 0
- 100**, gdy jej dwie ostatnie cyfry to 00
- 3**, gdy suma jej cyfr jest liczbą podzielną przez 3
- 9**, gdy suma jej cyfr jest liczbą podzielną przez 9

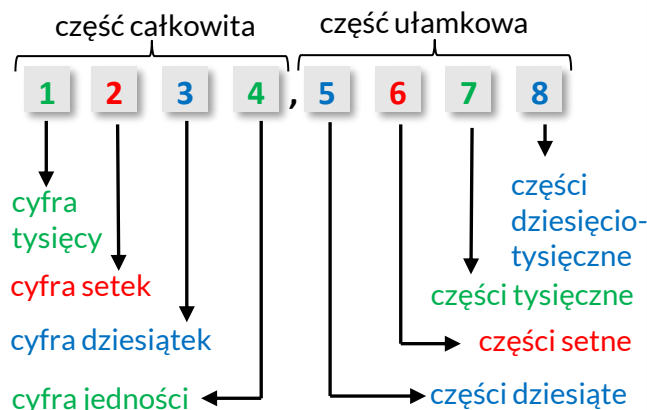
dzielenie z resztą

Jeśli przy dzieleniu liczby naturalnej a przez liczbę naturalną b otrzymamy iloraz q oraz resztę r , to $a = b \cdot q + r$, gdzie $0 \leq r < b$.

liczby pierwsze i liczby złożone

liczba pierwsza – naturalna liczba dodatnia, która ma tylko dwa różne dzielniki: 1 i samą siebie, np. 2, 3, 5, 7, 11
liczba złożona – naturalna liczba dodatnia, która ma więcej niż dwa dzielniki: np. 4, 6, 48
liczby 0 i 1 nie są ani liczbami pierwszymi ani liczbami złożonymi

nazwy cyfr w zapisie liczby



NWD i NWW

NWD – największy wspólny dzielnik

NWW – najmniejsza wspólna wielokrotność

Przykład wyznaczania NWD i NWW:

$$\text{NWD}(60, 72) = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$$

$$\text{NWW}(60, 72) = 60 \cdot 2 \cdot 3 = 360$$

rozkład liczb
na czynniki pierwsze:

60	2	72	2
30	2	36	2
15	3	18	2
5	5	9	3
1		3	3
		1	

prawa działań

$$a + b = b + a$$

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

$$a \cdot b = b \cdot a$$

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

liczby w systemie rzymskim

I – 1	L – 50	M – 1000
V – 5	C – 100	
X – 10	D – 500	

Przykłady:
CCXXII – 222
LXIV – 64
XCIX – 99

rodzaje liczb

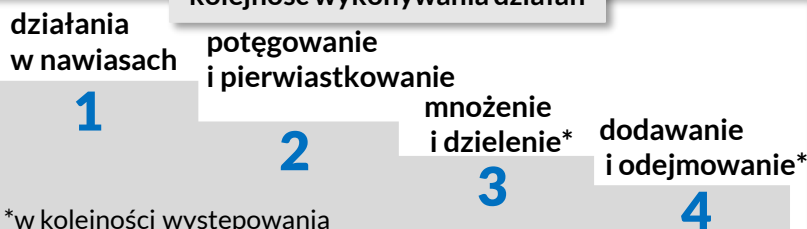
liczby naturalne: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, ...

liczby całkowite: ..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...

liczby wymierne: liczby, które można przedstawić w postaci ułamka o całkowitym liczniku i mianowniku, np. 3; $\frac{1}{2}$; -0,25; $-5\frac{1}{2}$ (mają rozwinięcie dziesiętne skończone lub nieskończone okresowe)

liczby niewymierne: liczby, których nie można przedstawić w postaci ułamka zwykłego, np. $\sqrt{3}$, $-\sqrt[3]{7}$, π (mają rozwinięcie dziesiętne nieskończone nieokresowe)

kolejność wykonywania działań



Niezbędnik ósmoklasisty 2024/2025

kwadraty i sześciany liczb

$11^2 = 121$	$2^3 = 8$
$12^2 = 144$	$3^3 = 27$
$13^2 = 169$	$4^3 = 64$
$14^2 = 196$	$5^3 = 125$
$15^2 = 225$	$6^3 = 216$
$16^2 = 256$	$7^3 = 343$
$17^2 = 289$	$8^3 = 512$
$18^2 = 324$	$9^3 = 729$
$19^2 = 361$	

skala



1 : 3



1 : 1



2 : 1

skala liczbowa na mapie

np. 1 : 200 000

mapa	rzeczywistość
1 cm	200 000 cm
1 cm	2 000 m
1 cm	2 km

wartość bezwzględna

Wartość bezwzględna liczby to odległość liczby od zera na osi liczbowej.

Przykłady:

$$|5| = 5$$

$$|0| = 0$$

$$|-2| = 2$$

zaokrąglanie liczb

Zaokrąglanie do określonego rzędu polega na odrzuceniu cyfr stojących w niższych rzędach i zastąpieniu ich zerami. Jeśli pierwszą z odrzucanych cyfr jest 0, 1, 2, 3, 4, to ostatnia pozostawiona cyfra się nie zmienia.

Np. przybliżenie do setek 3 430 $\approx$ 3 400.

Jeśli pierwszą z odrzucanych cyfr jest 5, 6, 7, 8, 9, to do ostatniej pozostawionej cyfry dodajemy 1.

Np. przybliżenie do setek 3 480 $\approx$ 3 500.

jednostki czasu

1 min = 60 s
1 h = 60 min = 3600 s
1 kwadrans = 15 min
1 doba = 24 h
1 tydzień = 7 dni
1 kwartał = 3 miesiące
1 rok = 365 lub 366 dni
1 rok = 12 miesięcy

jednostki długości

1 mm
1 cm = 10 mm
1 dm = 10 cm
1 m = 10 dm = 100 cm
1 km = 1000 m

1 mm = 0,1 cm
1 cm = 0,1 dm
1 dm = 0,1 m
1 cm = 0,01 m
1 m = 0,001 km

prędkość, droga, czas

$$v = \frac{s}{t}$$

v – prędkość, s – droga, t – czas

jednostki masy

1 g
1 dag = 10 g
1 kg = 100 dag = 1000 g
1 t = 1000 kg

1 g = 0,1 dag
1 dag = 0,01 kg
1 kg = 0,001 t

jednostki prędkości

$$1 \frac{m}{s}$$

$$1 \frac{km}{h} = \frac{1000 m}{3600 s}$$

jednostki pola

1 mm²
1 cm² = 100 mm²
1 dm² = 100 cm²
1 m² = 100 dm²
1 m² = 10 000 cm²
1 a = 100 m²
1 ha = 10 000 m²
1 ha = 100 a



1 dm = 10 cm

1 dm = 10 cm

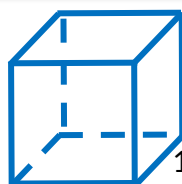
$$1 dm \cdot 1 dm = 1 dm^2 = \\ = 10 cm \cdot 10 cm = 100 cm^2$$

$$1 a = 10 m \cdot 10 m = 100 m^2$$

$$1 ha = 100 m \cdot 100 m = 10\,000 m^2$$

jednostki objętości i pojemności

1 mm³
1 cm³ = 1 000 mm³
1 dm³ = 1 000 cm³
1 m³ = 1 000 dm³
1 m³ = 1 000 000 cm³



1 dm = 10 cm

1 dm = 10 cm

1 dm = 10 cm

$$1 dm \cdot 1 dm \cdot 1 dm = 1 dm^3 = \\ = 10 cm \cdot 10 cm \cdot 10 cm = 1000 cm^3$$

$$1 ml = 1 cm^3$$

$$1 l = 1000 ml$$

$$1 l = 1 dm^3$$

$$1 m^3 = 1000 l$$

Niezbędnik ósmoklasisty 2024/2025

ułamek zwykły

$$\frac{\text{licznik}}{\text{mianownik}}$$

Ułamek dodatni jest:

- ułamkiem właściwym, gdy:
 $\text{licznik} < \text{mianownik}$
- ułamkiem niewłaściwym, gdy:
 $\text{licznik} \geq \text{mianownik}$

ułamki zwykłe i dziesiętne

Każdy ułamek zwykły można przedstawić w postaci ułamka dziesiętnego skończonego lub nieskończonego okresowego, a każdy ułamek dziesiętny skończony lub nieskończony okresowy w postaci ułamka zwykłego.

liczba przeciwna do a

$$-a \quad (\text{liczbą przeciwną do } 0 \text{ jest } 0)$$

procent

Jeden procent danej wielkości a to jej setna część, tzn. 1% liczby a to $\frac{1}{100} \cdot a$.

Obliczanie procentu danej liczby:

- $p\%$ liczby a to $\frac{p}{100} \cdot a$

Obliczanie, jakim procentem liczby b jest liczba a :

- $\frac{a}{b} \cdot 100\%$

Obliczanie liczby b , na podstawie jej procentu p :

- $p\%$ liczby b to a , czyli $b = \frac{100 \cdot a}{p}$

liczba odwrotna do $a \neq 0$

$$\frac{1}{a} \quad (\text{liczba } 0 \text{ nie ma liczby odwrotnej})$$

ułamki i procenty

$$\begin{aligned} \frac{1}{100} &= 0,01 = 1\% & \frac{1}{2} &= 0,5 = 50\% \\ \frac{1}{10} &= 0,1 = 10\% & \frac{3}{4} &= 0,75 = 75\% \\ \frac{1}{8} &= 0,125 = 12,5\% & & (\text{ułamek dziesiętny nieskończony okresowy}) \\ \frac{1}{5} &= 0,2 = 20\% & \frac{1}{3} &= 0,3333 \dots = \\ \frac{1}{4} &= 0,25 = 25\% & & = 0,(3) \approx 33\frac{1}{3}\% \end{aligned}$$

działania na potęgach

Dla $a \neq 0$ i $b \neq 0$ oraz dla liczb naturalnych m i n :

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$a^m : a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n},$$

$$a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$$

$$a^m : b^m = \frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

potęga

Dla dowolnej liczby a i naturalnej liczby n większej od zera:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ czynników}} \quad \begin{array}{l} \text{wykładnik potęgi} \\ \text{podstawa potęgi} \end{array}$$

$$\begin{aligned} a^0 &= 1 \text{ dla } a \neq 0; \\ a^1 &= a \end{aligned}$$

notacja wykładnicza

Liczbę dodatnią można zapisać w postaci:

$$a \cdot 10^k, \text{ gdzie } k \text{ jest liczbą całkowitą, a liczba } a \text{ spełnia warunek: } 1 \leq a < 10$$

pierwiastek kwadratowy

Pierwiastkiem kwadratowym (drugiego stopnia) z liczby nieujemnej a nazywamy taką nieujemną liczbę b , której kwadrat jest równy a :

$$\sqrt{a} = b, \text{ gdy } b^2 = a$$

- dla $a \geq 0$: $(\sqrt{a})^2 = a$ oraz dla dowolnej liczby a : $\sqrt{a^2} = |a|$

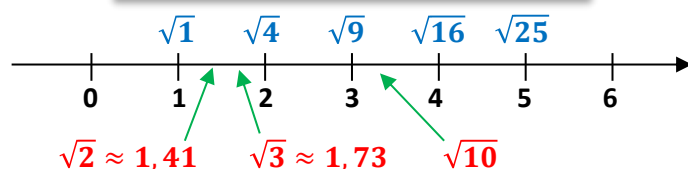
pierwiastek sześcienny

Pierwiastkiem sześciennym (trzeciego stopnia) z dowolnej liczby a nazywamy taką liczbę b , której sześcian jest równy a :

$$\sqrt[3]{a} = b, \text{ gdy } b^3 = a$$

- dla dowolnej liczby a : $(\sqrt[3]{a})^3 = a$ oraz $\sqrt[3]{a^3} = a$

szacowanie pierwiastków



działania na pierwiastkach

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b} \quad \text{dla } a \geq 0 \text{ i } b \geq 0$$

$$\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{a \cdot b}$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} \quad \text{dla } a \geq 0 \text{ i } b > 0$$

$$\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}} = \sqrt[3]{\frac{a}{b}} \quad \text{dla } b \neq 0$$

Włączanie czynnika pod znak pierwiastka - przykłady:

$$\begin{aligned} 4\sqrt{2} &= \sqrt{4^2 \cdot 2} = \sqrt{16 \cdot 2} = \sqrt{32} \\ 2\sqrt[3]{6} &= \sqrt[3]{2^3 \cdot 6} = \sqrt[3]{8 \cdot 6} = \sqrt[3]{48} \end{aligned}$$

Wyłączanie czynnika przed znak pierwiastka - przykłady:

$$\begin{aligned} \sqrt{72} &= \sqrt{36 \cdot 2} = \sqrt{6^2 \cdot 2} = 6\sqrt{2} \\ \sqrt[3]{24} &= \sqrt[3]{8 \cdot 3} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 3} = 2\sqrt[3]{3} \end{aligned}$$

Niezbędnik ósmoklasisty 2024/2025

wyrażenia algebraiczne

Wyrażenie algebraiczne to wyrażenie, w którym występują liczby (nazywamy je współczynnikami liczbowymi) oraz litery (nazywamy je zmiennymi) połączone znakami działań i nawiasami.

Jednomian – wyrażenie algebraiczne, które jest pojedynczą liczbą, pojedynczą literą lub iloczynem liczb i liter.

Jednomian zapisujemy w kolejności:

znak → współczynnik liczbowy → zmienne literowe
w kolejności alfabetycznej

np. $-\frac{1}{2}a^2b^3$, $2c$, $\frac{1}{2}z$, $-5x^2v^3$

Jednomiany podobne – występują w nich te same zmienne i w tych samych potęgach, różnią się co najwyżej współczynniki liczbowe.

Suma algebraiczna – suma jednomianów np. $-2xy + 4dk$

równania

Równanie to dwa wyrażenia algebraiczne (przynajmniej jedno z nich zawiera niewiadomą) połączone znakiem równości np.

$$\underbrace{3x + 5}_{\text{lewa strona L}} = \underbrace{9 - x}_{\text{prawa strona P}}$$

Liczba spełnia równanie (jest rozwiązaniem równania), jeśli po podstawieniu tej liczby w miejsce niewiadomej otrzymujemy $L = P$. (Równanie może spełniać jedna liczba, wiele liczb lub równanie może nie mieć liczby spełniającej.)

wielkości wprost proporcjonalne

Dwie dodatnie wielkości nazywamy **wprost proporcjonalnymi**, jeśli wraz ze wzrostem jednej wielkości (lub zmniejszaniem się), druga wielkość rośnie (lub zmniejsza się) tyle samo razy.

średnia arytmetyczna

Średnia arytmetyczna zestawu liczb $a_1, a_2, \dots, a_n$ jest równa sumie tych liczb podzielonej przez liczbę składników

$$\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$$

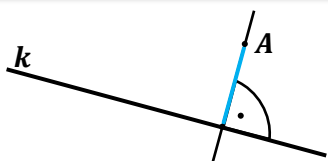
prawdopodobieństwo

prawdopodobieństwo zdarzenia A

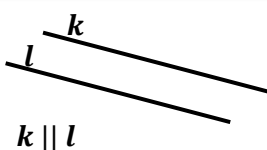
$$P(A) = \frac{\text{liczba wyników sprzyjających zdarzeniu A}}{\text{liczba wszystkich możliwych wyników}}$$

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

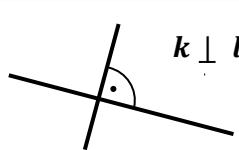
odległość punktu od prostej



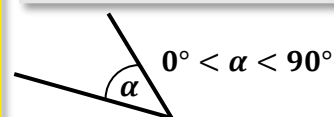
proste równoległe



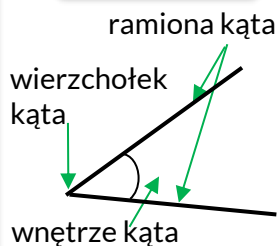
proste prostopadłe



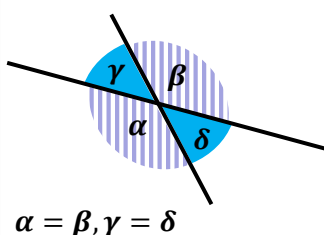
kąt ostry



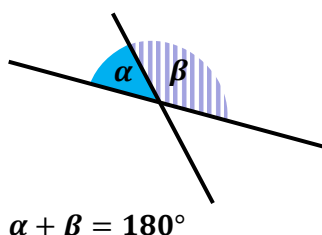
kąt



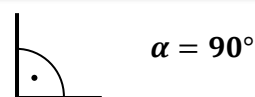
kąty wierzchołkowe



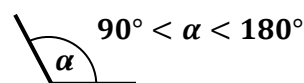
kąty przyległe



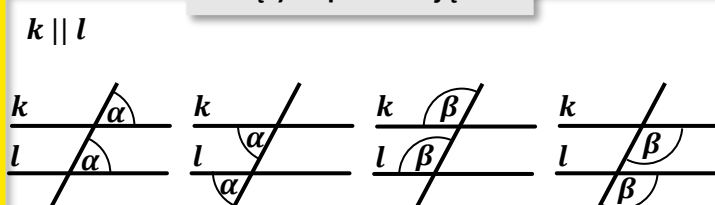
kąt prosty



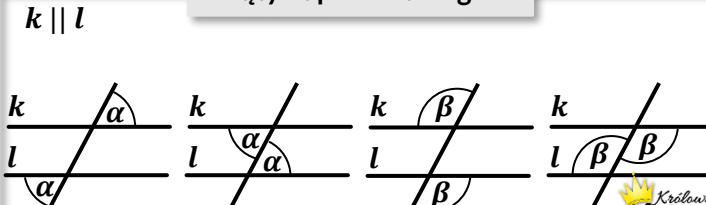
kąt rozwarty



kąty odpowiadające

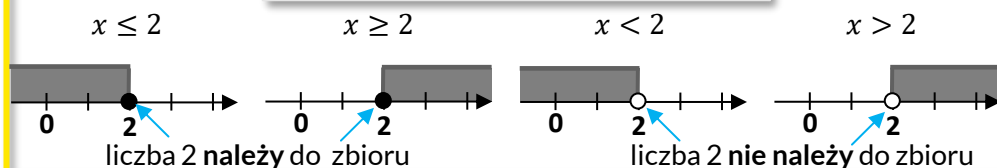


kąty naprzemianległe

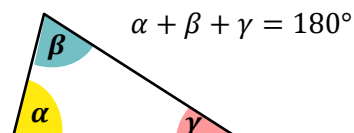


Niezbędnik ósmoklasisty 2024/2025

przykłady zbiorów na osi liczbowej

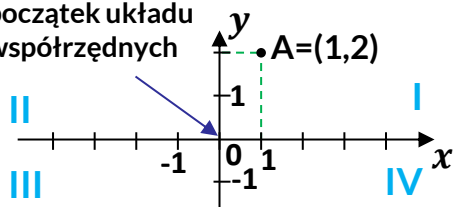


suma miar kątów w trójkącie



układ współrzędnych

początek układu współrzędnych



x – oś odciętych, y – oś rzędnych

$A = (x_A, y_A); B = (x_B, y_B)$

środek odcinka AB:

$$S = \left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2} \right)$$

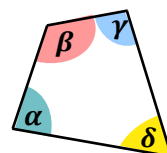
długość odcinka AB:

$$|AB| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

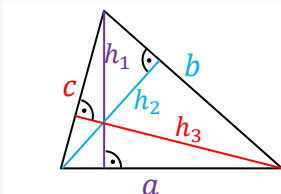
(można obliczyć bez użycia wzoru, wystarczy rysunek i tw. Pitagorasa)

suma miar kątów w czworokącie

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$$



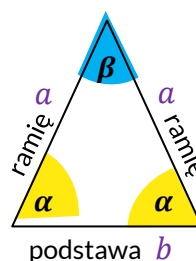
trójkąt



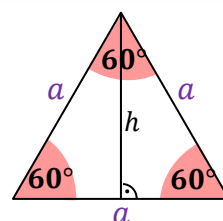
Obw. $= a + b + c$

- **trójkąt ostrokątny** – wszystkie kąty wewnętrzne są ostre
- **trójkąt rozwartokątny** – jeden z kątów wewnętrznych jest rozwarty, pozostałe są ostre
- **trójkąt prostokątny** – jeden z kątów wewnętrznych jest prosty, pozostałe są ostre

trójkąt równoramienny

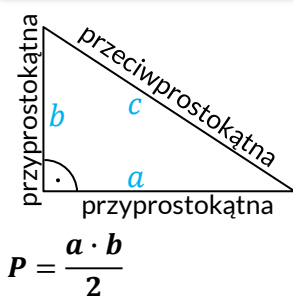


trójkąt równoboczny

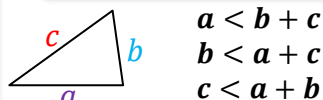


$P = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$ $h = \frac{a \sqrt{3}}{2}$

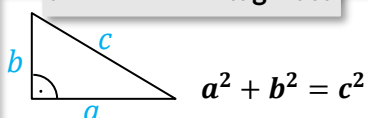
trójkąt prostokątny



nierówność trójkąta

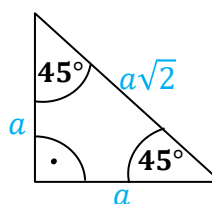


twierdzenie Pitagorasa

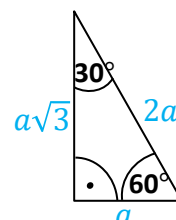


zastosowania twierdzenia Pitagorasa

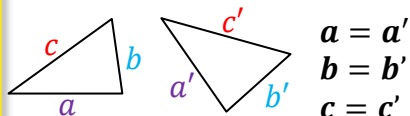
połowa kwadratu



połowa trójkąta równobocznego:

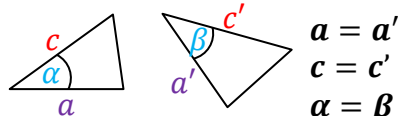


bok-bok-bok (bbb)



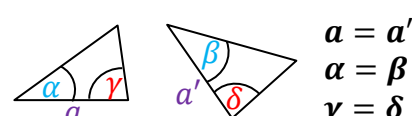
długości trzech boków jednego trójkąta są odpowiednio równe długościom boków drugiego trójkąta

bok-kąt-bok (bkb)



dwa boki jednego trójkąta mają takie same długości jak odpowiednie boki drugiego trójkąta oraz kąty pomiędzy tymi bokami mają równe miary

kąt-bok-kąt (kbk)



dwa kąty jednego trójkąta mają takie same miary jak dwa kąty drugiego trójkąta, a boki leżące pomiędzy tymi kątami mają takie same długości

wielokąt foremny

- wszystkie boki mają taką samą długość oraz wszystkie kąty taką samą miarę
- np. trójkąt równoboczny, kwadrat, sześciokąt foremny

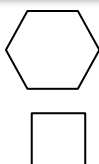
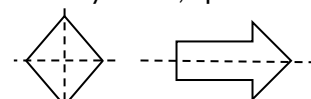


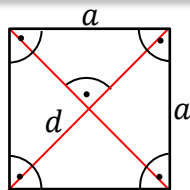
figura osiowosymetryczna

figura, która posiada oś symetrii, np.



Niezbędnik ósmoklasisty 2024/2025

kwadrat



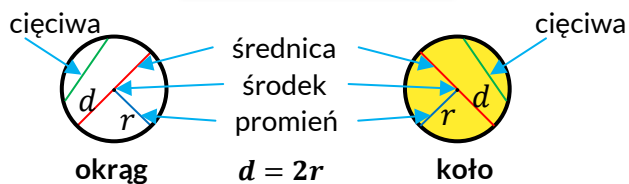
$$P = a^2$$

$$P = \frac{d^2}{2}$$

$$Obw. = 4 \cdot a$$

- wszystkie boki równej długości
- wszystkie kąty wewnętrzne proste
- przekątne prostopadłe i równej długości
- punkt przecięcia przekątnych jest środkiem każdej z nich
- $d = a\sqrt{2}$

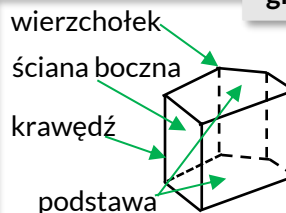
okrąg i koło



$$\text{długość okręgu: } l = 2\pi r$$

$$\text{pole koła: } P = \pi r^2$$

graniastosłup



$$P_c = 2 \cdot P_p + P_b$$

$$V = P_p \cdot H$$

P_c - pole powierzchni całkowitej

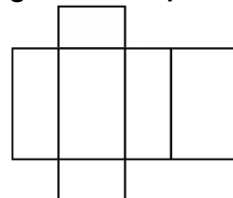
P_b - pole powierzchni bocznej

P_p - pole podstawy

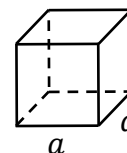
V - objętość graniastosłupa

H - wysokość graniastosłupa

przykład siatki graniastosłupa:



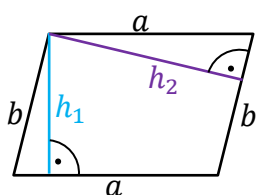
- graniastosłup prosty:** krawędzie boczne prostopadłe do podstaw, ściany boczne są prostokątami
- graniastosłup prawidłowy:** graniastosłup prosty, podstawy są wielokątami foremnymi
- prostokątaścian:** graniastosłup prosty, wszystkie ściany są prostokątami
- sześcian:** prostokątaścian, którego wszystkie ściany są przystającymi kwadratami



$$P_c = 6 \cdot a^2$$

$$V = a^3$$

równoległobok



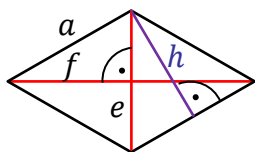
$$P = a \cdot h_1$$

$$P = b \cdot h_2$$

$$Obw. = 2 \cdot a + 2 \cdot b$$

- dwie pary boków równoległych
- pary boków równoległych tej samej długości
- punkt przecięcia przekątnych jest środkiem każdej z nich
- suma kątów przy każdym boku równa 180°

romb



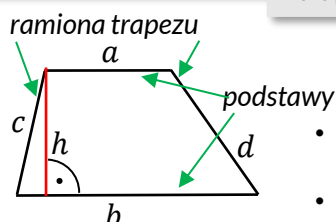
$$P = \frac{e \cdot f}{2}$$

$$P = a \cdot h$$

$$Obw. = 4 \cdot a$$

- wszystkie boki równej długości
- dwie pary boków równoległych
- przekątne prostopadłe
- punkt przecięcia przekątnych jest środkiem każdej z nich
- suma kątów przy każdym boku równa 180°

trapez

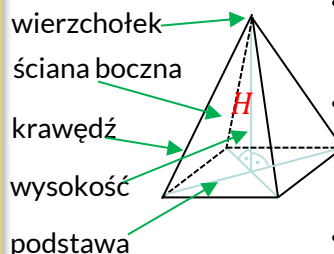


$$P = \frac{(a + b) \cdot h}{2}$$

$$Obw. = a + b + c + d$$

- co najmniej jedna para boków równoległych
- suma kątów przy każdym ramieniu równa 180°

ostrosłup



$$P_c = P_p + P_b$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot P_p \cdot H$$

P_c - pole powierzchni całkowitej

P_b - pole powierzchni bocznej

P_p - pole podstawy

V - objętość ostrosłupa

H - wysokość ostrosłupa

- ostrosłup prosty:** krawędzie boczne równej długości
- ostrosłup prawidłowy:** ostrosłup prosty, w którym podstawa to wielokąt foremny
- czworościan:** ostrosłup, w którym wszystkie ściany są trójkątami
- czworościan foremny:** czworościan, w którym wszystkie ściany są trójkątami równobocznymi

przykład siatki ostrosłupa:

