**MATEMATYKA**

**Cele kształcenia – wymagania ogólne**

I. Sprawności rachunkowa.

1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach

trudniejszych pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach

praktycznych.

2. Weryfikowanie i interpretowanie otrzymanych wyników oraz ocena sensowności

rozwiązania.

II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.

1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich

przetwarzanie.

2. Interpretowanie i tworzenie tekstów o charakterze matematycznym oraz graficzne

przedstawianie danych.

3. Używanie języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.

III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.

1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie

pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.

2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go

w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.

IV. Rozumowanie i argumentacja.

1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających

poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.

2. Dostrzeganie regularności, podobieństw oraz analogii i formułowanie wniosków na

ich podstawie.

3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania

problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają

umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.

**Treści nauczania – wymagania szczegółowe**

**KLASY IV–VI**

I. Liczby naturalne w dziesiątkowym układzie pozycyjnym. Uczeń:

1) zapisuje i odczytuje liczby naturalne wielocyfrowe;

2) interpretuje liczby naturalne na osi liczbowej;

3) porównuje liczby naturalne;

4) zaokrągla liczby naturalne;

5) liczby w zakresie do 3 000 zapisane w systemie rzymskim przedstawia w systemie

dziesiątkowym, a zapisane w systemie dziesiątkowym przedstawia w systemie

rzymskim.

II. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń:

1) dodaje i odejmuje w pamięci liczby naturalne dwucyfrowe lub większe, liczbę

jednocyfrową dodaje do dowolnej liczby naturalnej i odejmuje od dowolnej liczby

naturalnej;

2) dodaje i odejmuje liczby naturalne wielocyfrowe sposobem pisemnym i za pomocą

kalkulatora;

3) mnoży i dzieli liczbę naturalną przez liczbę naturalną jednocyfrową, dwucyfrową

lub trzycyfrową sposobem pisemnym, w pamięci (w najprostszych przykładach)

i za pomocą kalkulatora (w trudniejszych przykładach);

4) wykonuje dzielenie z resztą liczb naturalnych;

5) stosuje wygodne dla siebie sposoby ułatwiające obliczenia, w tym przemienność

i łączność dodawania i mnożenia oraz rozdzielność mnożenia względem

dodawania;

6) porównuje liczby naturalne z wykorzystaniem ich różnicy lub ilorazu;

7) rozpoznaje liczby podzielne przez 2, 3, 4, 5, 9, 10, 100;

8) rozpoznaje liczbę złożoną, gdy jest ona jednocyfrowa lub dwucyfrowa, a także gdy

na istnienie dzielnika właściwego wskazuje cecha podzielności;

9) rozkłada liczby dwucyfrowe na czynniki pierwsze;

10) oblicza kwadraty i sześciany liczb naturalnych;

11) stosuje reguły dotyczące kolejności wykonywania działań;

12) szacuje wyniki działań;

13) znajduje największy wspólny dzielnik (NWD) w sytuacjach nie trudniejszych niż

typu NWD(600, 72), NWD(140, 567), NWD(10000, 48), NWD(910, 2016) oraz

wyznacza najmniejszą wspólną wielokrotność dwóch liczb naturalnych metodą

rozkładu na czynniki;

14) rozpoznaje wielokrotności danej liczby, kwadraty, sześciany, liczby pierwsze,

liczby złożone;

15) odpowiada na pytania dotyczące liczebności zbiorów różnych rodzajów liczb

wśród liczb z pewnego niewielkiego zakresu (np. od 1 do 200 czy od 100 do 1000),

o ile liczba w odpowiedzi jest na tyle mała, że wszystkie rozważane liczby uczeń

może wypisać;

16) rozkłada liczby naturalne na czynniki pierwsze, w przypadku gdy co najwyżej

jeden z tych czynników jest liczbą większą niż 10;

17) wyznacza wynik dzielenia z resztą liczby *a* przez liczbę *b* i zapisuje liczbę *a*

w postaci: .

III. Liczby całkowite. Uczeń:

1) podaje praktyczne przykłady stosowania liczb ujemnych;

2) interpretuje liczby całkowite na osi liczbowej;

*a* *b* ⋅*q* *r*

3) oblicza wartość bezwzględną;

4) porównuje liczby całkowite;

5) wykonuje proste rachunki pamięciowe na liczbach całkowitych.

IV. Ułamki zwykłe i dziesiętne. Uczeń:

1) opisuje część danej całości za pomocą ułamka;

2) przedstawia ułamek jako iloraz liczb naturalnych, a iloraz liczb naturalnych jako

ułamek zwykły;

3) skraca i rozszerza ułamki zwykłe;

4) sprowadza ułamki zwykłe do wspólnego mianownika;

5) przedstawia ułamki niewłaściwe w postaci liczby mieszanej, a liczbę mieszaną

w postaci ułamka niewłaściwego;

6) zapisuje wyrażenia dwumianowane w postaci ułamka dziesiętnego i odwrotnie;

7) zaznacza i odczytuje ułamki zwykłe i dziesiętne na osi liczbowej oraz odczytuje

ułamki zwykłe i dziesiętne zaznaczone na osi liczbowej;

8) zapisuje ułamki dziesiętne skończone w postaci ułamków zwykłych;

9) zamienia ułamki zwykłe o mianownikach będących dzielnikami liczb 10, 100,

1 000 itd. na ułamki dziesiętne skończone dowolną metodą (przez rozszerzanie lub

skracanie ułamków zwykłych, dzielenie licznika przez mianownik w pamięci,

pisemnie lub za pomocą kalkulatora);

10) zapisuje ułamki zwykłe o mianownikach innych niż wymienione w pkt 9 w postaci

rozwinięcia dziesiętnego nieskończonego (z użyciem wielokropka po ostatniej

cyfrze), uzyskane w wyniku dzielenia licznika przez mianownik w pamięci,

pisemnie lub za pomocą kalkulatora;

11) zaokrągla ułamki dziesiętne;

12) porównuje ułamki (zwykłe i dziesiętne);

13) oblicza liczbę, której część jest podana (wyznacza całość, z której określono część

za pomocą ułamka);

14) wyznacza liczbę, która powstaje po powiększeniu lub pomniejszeniu o pewną część

innej liczby.

V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń:

1) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli ułamki zwykłe o mianownikach jedno- lub

dwucyfrowych, a także liczby mieszane;

2) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli ułamki dziesiętne w pamięci (w przykładach

najprostszych), pisemnie i za pomocą kalkulatora (w przykładach trudnych);

3) wykonuje nieskomplikowane rachunki, w których występują jednocześnie ułamki

zwykłe i dziesiętne;

4) porównuje ułamki z wykorzystaniem ich różnicy;

5) oblicza ułamek danej liczby całkowitej;

6) oblicza kwadraty i sześciany ułamków zwykłych i dziesiętnych oraz liczb

mieszanych;

7) oblicza wartość prostych wyrażeń arytmetycznych, stosując reguły dotyczące

kolejności wykonywania działań;

8) wykonuje działania na ułamkach dziesiętnych, używając własnych, poprawnych

strategii lub za pomocą kalkulatora;

9) oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych, wymagających stosowania działań

arytmetycznych na liczbach całkowitych lub liczbach zapisanych za pomocą

ułamków zwykłych, liczb mieszanych i ułamków dziesiętnych, także wymiernych

ujemnych o stopniu trudności nie większym niż w przykładzie.

VI. Elementy algebry. Uczeń:

1) korzysta z nieskomplikowanych wzorów, w których występują oznaczenia

literowe, opisuje wzór słowami;

2) stosuje oznaczenia literowe nieznanych wielkości liczbowych i zapisuje proste

wyrażenia algebraiczne na podstawie informacji osadzonych w kontekście

praktycznym, na przykład zapisuje obwód trójkąta o bokach: *a*, *a+*2, *b*;

rozwiązuje równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą występującą po

jednej stronie równania (przez zgadywanie, dopełnianie lub wykonanie działania

odwrotnego), na przykład 2 4

3

*x* −

.

VII. Proste i odcinki. Uczeń:

1) rozpoznaje i nazywa figury: punkt, prosta, półprosta, odcinek;

2) rozpoznaje proste i odcinki prostopadłe i równoległe, na przykład jak w sytuacji

określonej w zadaniu:

Odcinki *AB* i *CD* są prostopadłe, odcinki *CD* i *EF* są równoległe oraz odcinki *EF*

i *DF* są prostopadłe. Określ wzajemne położenie odcinków *DF* oraz *AB*. Wykonaj

odpowiedni rysunek;

3) rysuje pary odcinków prostopadłych i równoległych;

4) mierzy odcinek z dokładnością do 1 mm;

5) znajduje odległość punktu od prostej.

VIII. Kąty. Uczeń:

1) wskazuje w dowolnym kącie ramiona i wierzchołek;

2) mierzy z dokładnością do kąty mniejsze niż ;

3) rysuje kąty mniejsze od ;

4) rozpoznaje kąt prosty, ostry i rozwarty;

5) porównuje kąty;

6) rozpoznaje kąty wierzchołkowe i przyległe oraz korzysta z ich własności.

1 : 0, 25 5, 25 : 0,05 7 1 2,5 3 2 1, 25

2 2 3

−−⋅−



1180

180

IX. Wielokąty, koła i okręgi. Uczeń:

1) rozpoznaje i nazywa trójkąty ostrokątne, prostokątne, rozwartokątne, równoboczne

i równoramienne;

2) konstruuje trójkąt o danych trzech bokach i ustala możliwość zbudowania trójkąta

na podstawie nierówności trójkąta;

3) stosuje twierdzenie o sumie kątów wewnętrznych trójkąta;

4) rozpoznaje i nazywa: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok i trapez;

5) zna najważniejsze własności kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku

i trapezu, rozpoznaje figury osiowosymetryczne i wskazuje osie symetrii figur;

6) wskazuje na rysunku cięciwę, średnicę oraz promień koła i okręgu;

7) rysuje cięciwę koła i okręgu, a także, jeżeli dany jest środek okręgu, promień

i średnicę;

8) w trójkącie równoramiennym wyznacza przy danym jednym kącie miary

pozostałych kątów oraz przy danych obwodzie i długości jednego boku długości

pozostałych boków.

X. Bryły. Uczeń:

1) rozpoznaje graniastosłupy proste, ostrosłupy, walce, stożki i kule w sytuacjach

praktycznych i wskazuje te bryły wśród innych modeli brył;

2) wskazuje wśród graniastosłupów prostopadłościany i sześciany i uzasadnia swój

wybór;

3) rozpoznaje siatki graniastosłupów prostych i ostrosłupów;

4) rysuje siatki prostopadłościanów;

5) wykorzystuje podane zależności między długościami krawędzi graniastosłupa do

wyznaczania długości poszczególnych krawędzi.

XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń:

1) oblicza obwód wielokąta o danych długościach boków;

2) oblicza pola: trójkąta, kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku, trapezu,

przedstawionych na rysunku oraz w sytuacjach praktycznych, w tym także dla

danych wymagających zamiany jednostek i w sytuacjach z nietypowymi

wymiarami, na przykład pole trójkąta o boku 1 km i wysokości 1 mm;

3) stosuje jednostki pola: , , , , , ar, hektar (bez zamiany

jednostek w trakcie obliczeń);

4) oblicza pola wielokątów metodą podziału na mniejsze wielokąty lub uzupełniania

do większych wielokątów jak w sytuacjach:

mm2 cm2 dm2 m2 km2

5) oblicza objętość i pole powierzchni prostopadłościanu przy danych długościach

krawędzi;

6) stosuje jednostki objętości i pojemności: mililitr, litr, , , ;

7) oblicza miary kątów, stosując przy tym poznane własności kątów i wielokątów.

XII. Obliczenia praktyczne. Uczeń:

1) interpretuje 100% danej wielkości jako całość, 50% – jako połowę, 25% – jako

jedną czwartą, 10% – jako jedną dziesiątą, 1% – jako jedną setną części danej

wielkości liczbowej;

2) w przypadkach osadzonych w kontekście praktycznym oblicza procent danej

wielkości w stopniu trudności typu 50%, 20%, 10%;

3) wykonuje proste obliczenia zegarowe na godzinach, minutach i sekundach;

4) wykonuje proste obliczenia kalendarzowe na dniach, tygodniach, miesiącach,

latach;

5) odczytuje temperaturę (dodatnią i ujemną);

6) zamienia i prawidłowo stosuje jednostki długości: milimetr, centymetr, decymetr,

metr, kilometr;

7) zamienia i prawidłowo stosuje jednostki masy: gram, dekagram, kilogram, tona;

8) oblicza rzeczywistą długość odcinka, gdy dana jest jego długość w skali oraz

długość odcinka w skali, gdy dana jest jego rzeczywista długość;

9) w sytuacji praktycznej oblicza: drogę przy danej prędkości i czasie, prędkość przy

danej drodze i czasie, czas przy danej drodze i prędkości oraz stosuje jednostki

prędkości km/h i m/s.

XIII. Elementy statystyki opisowej. Uczeń:

1) gromadzi i porządkuje dane;

2) odczytuje i interpretuje dane przedstawione w tekstach, tabelach, na diagramach

i na wykresach, na przykład: wartości z wykresu, wartość największą, najmniejszą,

opisuje przedstawione w tekstach, tabelach, na diagramach i na wykresach

zjawiska przez określenie przebiegu zmiany wartości danych, na przykład

z użyciem określenia „wartości rosną”, „wartości maleją”, „wartości są takie same”

(„przyjmowana wartość jest stała”).

XIV. Zadania tekstowe. Uczeń:

1) czyta ze zrozumieniem tekst zawierający informacje liczbowe;

2) wykonuje wstępne czynności ułatwiające rozwiązanie zadania, w tym rysunek

pomocniczy lub wygodne dla niego zapisanie informacji i danych z treści zadania;

3) dostrzega zależności między podanymi informacjami;

4) dzieli rozwiązanie zadania na etapy, stosując własne, poprawne, wygodne dla niego

strategie rozwiązania;

cm3 dm3 m3

5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną

wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe,

a także własne poprawne metody;

6) weryfikuje wynik zadania tekstowego, oceniając sensowność rozwiązania np.

poprzez szacowanie, sprawdzanie wszystkich warunków zadania, ocenianie rzędu

wielkości otrzymanego wyniku;

7) układa zadania i łamigłówki, rozwiązuje je; stawia nowe pytania związane

z sytuacją w rozwiązanym zadaniu.

**KLASY VII i VIII**

I. Potęgi o podstawach wymiernych. Uczeń:

1) zapisuje iloczyn jednakowych czynników w postaci potęgi o wykładniku

całkowitym dodatnim;

2) mnoży i dzieli potęgi o wykładnikach całkowitych dodatnich;

3) mnoży potęgi o różnych podstawach i jednakowych wykładnikach;

4) podnosi potęgę do potęgi;

5) odczytuje i zapisuje liczby w notacji wykładniczej  ∙ 10, gdy 1 ≤  < 10,

 jest liczbą całkowitą.

II. Pierwiastki. Uczeń:

1) oblicza wartości pierwiastków kwadratowych i sześciennych z liczb, które są

odpowiednio kwadratami lub sześcianami liczb wymiernych;

2) szacuje wielkość danego pierwiastka kwadratowego lub sześciennego oraz

wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki;

3) porównuje wartość wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki z daną

liczbą wymierną oraz znajduje liczby wymierne większe lub mniejsze od takiej

wartości, na przykład znajduje liczbę całkowitą *a* taką, że: *a* ≤137 *a* 1 ;

4) oblicza pierwiastek z iloczynu i ilorazu dwóch liczb, wyłącza liczbę przed znak

pierwiastka i włącza liczbę pod znak pierwiastka;

5) mnoży i dzieli pierwiastki tego samego stopnia.

III. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i z wieloma zmiennymi. Uczeń:

1) zapisuje wyniki podanych działań w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub

kilku zmiennych;

2) oblicza wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych;

3) zapisuje zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażeń

algebraicznych jednej lub kilku zmiennych;

4) zapisuje rozwiązania zadań w postaci wyrażeń algebraicznych jak w przykładzie:

Bartek i Grześ zbierali kasztany. Bartek zebrał *n* kasztanów, Grześ zebrał 7 razy

więcej. Następnie Grześ w drodze do domu zgubił 10 kasztanów, a połowę

pozostałych oddał Bartkowi. Ile kasztanów ma teraz Bartek, a ile ma Grześ?

IV. Przekształcanie wyrażeń algebraicznych. Sumy algebraiczne i działania na nich. Uczeń:

1) porządkuje jednomiany i dodaje jednomiany podobne (tzn. różniące się jedynie

współczynnikiem liczbowym);

2) dodaje i odejmuje sumy algebraiczne, dokonując przy tym redukcji wyrazów

podobnych;

3) mnoży sumy algebraiczne przez jednomian i dodaje wyrażenia powstałe

z mnożenia sum algebraicznych przez jednomiany;

4) mnoży dwumian przez dwumian, dokonując redukcji wyrazów podobnych.

V. Obliczenia procentowe. Uczeń:

1) przedstawia część wielkości jako procent tej wielkości;

2) oblicza liczbę *a* równą *p* procent danej liczby *b*;

3) oblicza, jaki procent danej liczby *b* stanowi liczba *a*;

4) oblicza liczbę *b*, której *p* procent jest równe *a*;

5) stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście

praktycznym, również w przypadkach wielokrotnych podwyżek lub obniżek

danej wielkości.

VI. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń:

1) sprawdza, czy dana liczba jest rozwiązaniem równania (stopnia pierwszego,

drugiego lub trzeciego) z jedną niewiadomą, na przykład sprawdza, które liczby

całkowite niedodatnie i większe od –8 są rozwiązaniami równania

3 2

0

8 2

*x* *x* ;

2) rozwiązuje równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą metodą równań

równoważnych;

3) rozwiązuje równania, które po prostych przekształceniach wyrażeń

algebraicznych sprowadzają się do równań pierwszego stopnia z jedną

niewiadomą;

4) rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną

niewiadomą, w tym także z obliczeniami procentowymi;

5) przekształca proste wzory, aby wyznaczyć zadaną wielkość we wzorach

geometrycznych (np. pól figur) i fizycznych (np. dotyczących prędkości, drogi

i czasu).

VII. Proporcjonalność prosta. Uczeń:

1) podaje przykłady wielkości wprost proporcjonalnych;

2) wyznacza wartość przyjmowaną przez wielkość wprost proporcjonalną

w przypadku konkretnej zależności proporcjonalnej, na przykład wartość

zakupionego towaru w zależności od liczby sztuk towaru, ilość zużytego paliwa

w zależności od liczby przejechanych kilometrów, liczby przeczytanych stron

książki w zależności od czasu jej czytania;

3) stosuje podział proporcjonalny.

VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń:

1) zna i stosuje twierdzenie o równości kątów wierzchołkowych (z wykorzystaniem

zależności między kątami przyległymi);

2) przedstawia na płaszczyźnie dwie proste w różnych położeniach względem

siebie, w szczególności proste prostopadłe i proste równoległe;

3) korzysta z własności prostych równoległych, w szczególności stosuje równość

kątów odpowiadających i naprzemianległych;

4) zna i stosuje cechy przystawania trójkątów;

5) zna i stosuje własności trójkątów równoramiennych (równość kątów przy

podstawie);

6) zna nierówność trójkąta i wie, kiedy zachodzi równość;

7) wykonuje proste obliczenia geometryczne wykorzystując sumę kątów

wewnętrznych trójkąta i własności trójkątów równoramiennych;

8) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia

odwrotnego);

9) przeprowadza dowody geometryczne o poziomie trudności nie większym niż

w przykładach:

a) dany jest ostrokątny trójkąt równoramienny *ABC*, w którym *AC* *BC* .

W tym trójkącie poprowadzono wysokość *AD*. Udowodnij, że kąt *ABC* jest

dwa razy większy od kąta *BAD*,

b) na bokach *BC* i *CD* prostokąta *ABCD* zbudowano, na zewnątrz prostokąta,

dwa trójkąty równoboczne *BCE* i *CDF.* Udowodnij, że *AE* *AF* .

IX. Wielokąty. Uczeń:

1) zna pojęcie wielokąta foremnego;

2) stosuje wzory na pole trójkąta, prostokąta, kwadratu, równoległoboku, rombu,

trapezu, a także do wyznaczania długości odcinków o poziomie trudności nie

większym niż w przykładach:

a) oblicz najkrótszą wysokość trójkąta prostokątnego o bokach długości:

5 cm, 12 cm i 13 cm,

b) przekątne rombu *ABCD* mają długości *AC* 8 d m i *BD* 10 dm.

Przekątną *BD* rombu przedłużono do punktu *E* w taki sposób, że odcinek

*BE* jest dwa razy dłuższy od tej przekątnej. Oblicz pole trójkąta *CDE*.

(zadanie ma dwie odpowiedzi).

X. Oś liczbowa. Układ współrzędnych na płaszczyźnie. Uczeń:

1) zaznacza na osi liczbowej zbiory liczb spełniających warunek taki jak lub

taki jak ;

2) znajduje współrzędne danych (na rysunku) punktów kratowych w układzie

współrzędnych na płaszczyźnie;

3) rysuje w układzie współrzędnych na płaszczyźnie punkty kratowe o danych

współrzędnych całkowitych (dowolnego znaku);

*AB* *BC* ≥*AC*

*x* ≥1,5

4

7

*x* −

4) znajduje środek odcinka, którego końce mają dane współrzędne (całkowite lub

wymierne) oraz znajduje współrzędne drugiego końca odcinka, gdy dany jest

jeden koniec i środek;

5) oblicza długość odcinka, którego końce są danymi punktami kratowymi

w układzie współrzędnych;

6) dla danych punktów kratowych *A* i *B* znajduje inne punkty kratowe należące do

prostej *AB*.

XI. Geometria przestrzenna. Uczeń:

1) rozpoznaje graniastosłupy i ostrosłupy – w tym proste i prawidłowe;

2) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów prostych, prawidłowych

i takich, które nie są prawidłowe o poziomie trudności nie większym niż

w przykładowym zadaniu:

Podstawą graniastosłupa prostego jest trójkąt równoramienny, którego dwa

równe kąty mają po 45, a najdłuższy bok ma długość 6 2 dm. Jeden z boków

prostokąta, który jest w tym graniastosłupie ścianą boczną o największej

powierzchni, ma długość 4 dm. Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej

tego graniastosłupa;

3) oblicza objętości i pola powierzchni ostrosłupów prawidłowych i takich, które nie

są prawidłowe o poziomie trudności nie większym niż w przykładzie:

Prostokąt *ABCD* jest podstawą ostrosłupa *ABCDS*, punkt *M* jest środkiem

krawędzi *AD*, odcinek *MS* jest wysokością ostrosłupa. Dane są następujące

długości krawędzi: *AD* 10 cm, *AS* 13 cm oraz *AB* 20 cm.

Oblicz objętość ostrosłupa.

XII. Wprowadzenie do kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń:

1) wyznacza zbiory obiektów, analizuje i oblicza, ile jest obiektów, mających daną

własność, w przypadkach niewymagających stosowania reguł mnożenia

i dodawania;

2) przeprowadza proste doświadczenia losowe, polegające na rzucie monetą, rzucie

sześcienną kostką do gry, rzucie kostką wielościenną lub losowaniu kuli spośród

zestawu kul, analizuje je i oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń

w doświadczeniach losowych.

XIII. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń:

1) interpretuje dane przedstawione za pomocą tabel, diagramów słupkowych

i kołowych, wykresów, w tym także wykresów w układzie współrzędnych;

2) tworzy diagramy słupkowe i kołowe oraz wykresy liniowe na podstawie

zebranych przez siebie danych lub danych pochodzących z różnych źródeł;

3) oblicza średnią arytmetyczną kilku liczb.

XIV. Długość okręgu i pole koła. Uczeń:

1) oblicza długość okręgu o danym promieniu lub danej średnicy;

2) oblicza promień lub średnicę okręgu o danej długości okręgu;

3) oblicza pole koła o danym promieniu lub danej średnicy;

4) oblicza promień lub średnicę koła o danym polu koła;

5) oblicza pole pierścienia kołowego o danych promieniach lub średnicach obu

okręgów tworzących pierścień.

XV. Symetrie. Uczeń:

1) rozpoznaje symetralną odcinka i dwusieczną kąta;

2) zna i stosuje w zadaniach podstawowe własności symetralnej odcinka

i dwusiecznej kąta jak w przykładowym zadaniu:

Wierzchołek *C* rombu *ABCD* leży na symetralnych boków *AB* i *AD*. Oblicz kąty

tego rombu;

3) rozpoznaje figury osiowosymetryczne i wskazuje ich osie symetrii oraz uzupełnia

figurę do figury osiowosymetrycznej przy danych: osi symetrii figury i części

figury;

4) rozpoznaje figury środkowosymetryczne i wskazuje ich środki symetrii.

XVI. Zaawansowane metody zliczania. Uczeń:

1) stosuje regułę mnożenia do zliczania par elementów o określonych własnościach;

2) stosuje regułę dodawania i mnożenia do zliczania par elementów w sytuacjach,

wymagających rozważenia kilku przypadków, na przykład w zliczaniu liczb

naturalnych trzycyfrowych podzielnych przez 5 i mających trzy różne cyfry albo

jak w zadaniu:

W klasie jest 14 dziewczynek i 11 chłopców. Na ile sposobów można z tej klasy

wybrać dwuosobową delegację składającą się z jednej dziewczynki i jednego

chłopca?

XVII. Rachunek prawdopodobieństwa. Uczeń:

1) oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach, polegających na rzucie

dwiema kostkami lub losowaniu dwóch elementów ze zwracaniem;

2) oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach, polegających na

losowaniu dwóch elementów bez zwracania jak w przykładzie:

Z urny zawierającej kule ponumerowane liczbami od 1 do 7 losujemy bez

zwracania dwie kule. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że suma liczb na

wylosowanych kulach będzie parzysta.

**Warunki i sposób realizacji**

Proponuje się, aby w latach 2017/18, 2018/19 i 2019/20 w klasie VII zrealizowano

dodatkowo dział I pkt 5, dział II pkt 13–17, dział IV pkt 13 i 14, dział V pkt 9, dział IX pkt 8,

dział X pkt 5 i dział XI pkt 4 podstawy programowej dla klas IV–VI, o ile nie zostały one

wcześniej zrealizowane w klasach IV–VI.

Działy XIV–XVII podstawy programowej dla klas VII i VIII mogą zostać zrealizowane po

egzaminie ósmoklasisty.

W klasach IV–VI, kiedy nauka matematyki odbywa się przede wszystkim na konkretnych

obiektach, należy przede wszystkim zadbać o pracę na przykładach, bez wprowadzania

nadmiaru pojęć abstrakcyjnych. Dużą pomocą dla ucznia jest możliwość eksperymentowania

z liczbami, rozwiązywania zagadek logicznych i logiczno-matematycznych, a także ćwiczenia

polegające na pracy lub zabawie z różnymi figurami lub bryłami w geometrii.

W szczególności, rozwiązywanie równań przez zgadywanie powinno być w klasach IV–VI

traktowane jako poprawna metoda.

W klasach IV–VI zaleca się szczególną ostrożność przy wymaganiu od ucznia ścisłości

języka matematycznego. Należy dbać o precyzję wypowiedzi, ale trzeba pamiętać o tym, aby

unikać sytuacji, w której uczeń zostaje uznany za nieuzdolnionego matematycznie, gdy nie

potrafi wyrazić poprawnego rozwiązania w sposób odpowiednio formalny, zgodnie

z oczekiwaniami nauczyciela. Umiejętność posługiwania się takimi pojęciami

matematycznymi jak: kąt, długość, pole, suma algebraiczna jest o wiele bardziej istotna niż

zapamiętanie formalnej definicji. W nauczaniu matematyki istotne jest, aby uczeń zrozumiał

sens reguł formalnych.

Większość uczniów w praktyce korzysta z kalkulatorów bądź innych urządzeń

elektronicznych. Niemniej umiejętność wykonywania rachunków w pamięci, a także

pisemnie, jest istotna. Obliczenia pamięciowe, w tym szacowanie wyników, bardzo przydają

się w życiu codziennym. Samodzielne wykonywanie obliczeń, zarówno pamięciowych jak

i pisemnych, daje uczniom o wiele lepsze wyobrażenie o liczbach i ich wielkościach, niż

prowadzenie rachunków za pomocą sprzętu elektronicznego.

Myślenie abstrakcyjne kształtuje się w wieku 11–15 lat, ale u wielu dzieci w różnym tempie,

nie musi to oznaczać większych bądź mniejszych zdolności matematycznych. Z uwagi na

różną szybkość rozwoju myślenia uczniów klas VII i VIII, a także, częściowo klasy VI,

można rozważyć wprowadzenie nauczania matematyki w grupach międzyoddziałowych na

różnych poziomach, podobnie jak to jest praktykowane w nauczaniu języków obcych

nowożytnych. Grupy międzyoddziałowe realizowałyby różne partie materiału w tempie

dostosowanym do możliwości uczniów, przy zachowaniu realizacji podstawy programowej.

Takie podejście nie powinno dzielić uczniów na lepszych lub gorszych, ale ma umożliwić

uczniom, u których myślenie abstrakcyjne rozwija się wolniej, płynne przejście do etapu

myślenia abstrakcyjnego. Uczniom, u których to myślenie rozwinęło się szybciej, należy

proponować zadania trudniejsze i pozwalające na głębszą analizę zagadnień, aby właściwie

stymulować ich rozwój.

Zadania na dowodzenie stanowią ważny element wykształcenia matematycznego. Uczeń

powinien dowiedzieć się, że w twierdzeniach zaczynających się od słów „wykaż, że dla

każdego…” podawanie wielu przykładów nie jest dowodem, a podanie jednego

kontrprzykładu świadczy o tym, że stwierdzenie nie jest prawdziwe. Nie oznacza to, że uczeń

nie powinien szukać przykładów bądź kontrprzykładów. Często takie poszukiwanie

i sprawdzanie prawdziwości tezy dla konkretnych przypadków pozwala uczniowi zrozumieć

postawiony problem, a następnie podać ogólne rozumowanie.

W szkole podstawowej zadania na dowodzenie powinny być proste (w przypadku zdolnych

uczniów można rozszerzyć stopień trudności). Oznacza to, że na przykład do dowodu zadania

z geometrii powinno wystarczyć obliczanie kątów (z wykorzystaniem równości kątów

wierzchołkowych, odpowiadających i naprzemianległych, twierdzenia o sumie kątów trójkąta

oraz twierdzenia o kątach przy podstawie trójkąta równoramiennego), użycie cech

przystawania trójkątów do uzasadnienia przystawania jednej dostrzeżonej pary trójkątów

przystających oraz wyciągnięcie wniosków z tej własności.

Wprowadzenie do rachunku prawdopodobieństwa należy poprzedzić zadaniami, w których

uczniowie wykonują doświadczenia, na przykład wielokrotne rzuty kostką. Można wówczas

wskazać związek pomiędzy częstością zdarzenia a jego prawdopodobieństwem.

Szczególną rolę w kształceniu matematycznym odgrywają zadania ze statystyki. Z jednej

strony odczytywanie i prezentowanie danych, wiąże matematykę z życiem codziennym

i otwiera cały wachlarz zastosowań praktycznych. Wskazane jest, aby znaczna część zadań

dotyczyła danych rzeczywistych wraz z podaniem ich weryfikowalnego źródła. Z drugiej

strony, na przykład operowanie wykresami zależności pozwala na intuicyjne opanowanie

trudnych i abstrakcyjnych pojęć takich jak funkcja, monotoniczność, ekstrema, przy użyciu

minimalnej wiedzy matematycznej (nie należy wprowadzać tych pojęć w szkole

podstawowej). Stanowi to wstęp do wprowadzenia tych pojęć w szkole ponadpodstawowej.

Dla przykładu załączono kilka zadań ze statystyki, z których część może być wykorzystana na

zajęciach, bądź w projektach edukacyjnych uczniowskich.

1. We wszystkich trzech klasach VI w pewnej szkole przeprowadzono ankietę „Jaki

smak lodów lubisz najbardziej?”. W ankiecie wzięli udział wszyscy uczniowie z tych

klas. Wyniki, jakie otrzymano, były następujące: w klasie VIa – 12 osób wybrało lody

czekoladowe, 7 osób – lody waniliowe, a 6 osób – lody truskawkowe. W klasie VIb –

5 osób wybrało lody waniliowe, 10 osób – lody truskawkowe, a 6 osób – lody

czekoladowe. W ostatniej klasie VIc po 7 osób wybrało lody truskawkowe i lody

czekoladowe, a 9 osób lody waniliowe. Wykonaj diagram słupkowy przedstawiający

wyniki tej ankiety. Odczytaj, które lody cieszą się największą popularnością

w klasach VI w tej szkole.

2. Odczytaj z prognozy pogody (podanej w formie meteorogramu), w którym

z najbliższych dni prognozowana temperatura będzie największa. Podaj, w jakich

godzinach, według prognozy, temperatura powietrza będzie rosła, a w jakich malała.

W którym z najbliższych dni pogoda będzie najlepsza do organizacji wycieczki?

Odpowiedź uzasadnij.

3. W konkursie matematycznym startowało 220 uczniów. Każdy zawodnik mógł

uzyskać maksymalnie 25 punktów. Poniższy diagram słupkowy pokazuje, ilu uczniów

uzyskało poszczególne liczby punktów od 0 do 25. Do następnego etapu konkursu

przechodzi 20% uczestników, którzy uzyskali najlepsze wyniki. Wojtek dostał

19 punktów. Czy przejdzie on do następnego etapu?

(Odp.: tak).

4. Wybierz stronę dowolnego tekstu napisanego w języku polskim. Policz wszystkie

litery w tym tekście oraz policz liczbę wystąpień każdej litery alfabetu polskiego.

Możesz to łatwo zrobić zapisując cały tekst na przykład w programie *Word*,

a następnie zamieniając każdą literę na przykład na gwiazdkę (użyj: *Zamień*,

a następnie *Zamień wszystko*; komputer wskaże Ci liczbę dokonanych zamian – jest to

liczba wystąpień zamienianej litery w całym tekście). Oblicz częstość występowania

każdej litery w całym tekście. Sporządź diagram słupkowy znalezionych częstości

występowania. Porównaj otrzymany diagram z diagramami otrzymanymi przez

Twoich kolegów na podstawie wybranych przez nich tekstów. Czy te diagramy są

podobne? Zrób analogiczne ćwiczenie dla tekstów napisanych w innych językach (na

przykład w języku angielskim). Czy otrzymane diagramy częstości są podobne do

diagramów dla języka polskiego?

Odp.: odpowiednie diagramy słupkowe sporządzone na podstawie pierwszych

72 wersów *Pana Tadeusza* oraz pierwszych czterech akapitów powieści *Hobbit*

w języku angielskim wyglądają następująco:

5. Znajdź dane dotyczące liczby urodzin dzieci w Polsce w latach 1946–2015. Sporządź

wykres liniowy tych danych (odpowiednio zaokrąglonych). Czy możesz wyjaśnić

skąd się biorą znaczne różnice w liczbie urodzin (tzw. wyże i niże demograficzne)?

Odp.: ten wykres wygląda następująco (dane w tysiącach urodzin):

6. Maciek dostał 10 ocen z matematyki. Oto 9 z nich: 2, 2, 2, 3, 3, 4, 5, 5, 6. Średnia

arytmetyczna wszystkich dziesięciu jego ocen jest równa 3, 6 . Wyznacz brakującą

ocenę.

7. Oblicz pole kwadratu według wzoru dla następujących wartości : ,

, , , , , oraz .

Każdą z obliczonych wartości zaznacz na wykresie w układzie współrzędnych,

w którym jednostka na osi poziomej (na której są zaznaczone wyłącznie wartości )

ma długość 6 cm, a jednostka na osi pionowej (na której są zaznaczone obliczone

wartości *P*) ma długość 2 cm.

8. Janek poszedł na wycieczkę pieszą. Od godziny 800 do godziny 1000 szedł pod górę

z prędkością ; od godziny 1000 do godziny 1030 odpoczywał na szczycie góry;

od godziny 1030 do godziny 1200 szedł z góry z prędkością ; od godziny 1200 do

godziny 1400 szedł po poziomej drodze z prędkością .

Począwszy od godziny 800 do godziny 1400, co 15 minut oblicz, jaką drogę przeszedł

od początku wycieczki do danej chwili. Obliczone wielkości zaznacz na wykresie

w układzie współrzędnych.

*P* *a*2 *a*

1

4

*a* 

1

2

*a* 3

4

*a* *a* 1 5

4

*a* 3

2

*a* 7

4

*a* *a* 2

*a*

4 km/h

6 km/h

5 km/h