

$$b) \frac{x-1}{x} = \frac{x-4}{2}, \text{ gdzie } x \in \mathbb{R} - \{0\}$$

$$2(x-1) = x(x-4) \quad \text{sprowadzamy równanie do najprostszej postaci}$$

$$2x-2 = x^2-4x$$

$$-x^2+6x-2=0$$

$$\Delta = 6^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-2) = 36 - 8 = 28 \quad \text{obliczamy wartość wyróżnika}$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7} \quad \text{obliczamy } \sqrt{\Delta}$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-6 - 2\sqrt{7}}{-2} = 3 + \sqrt{7} \quad \text{obliczamy miejsca zerowe: } x_1 \text{ i } x_2$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-6 + 2\sqrt{7}}{-2} = 3 - \sqrt{7}$$

$$\text{Zbiór rozwiązań równania } \frac{x-1}{x} = \frac{x-4}{2} \text{ to: } \{3 - \sqrt{7}, 3 + \sqrt{7}\}.$$

Równania kwadratowe stosujemy do rozwiązywania zadań z treścią.

Ćwiczenie

W turnieju siatkówki, w którym każda z drużyn miała rozegrać jedną grę z każdym z pozostałych zespołów, odbyło się 15 meczów. Oblicz, ile drużyn brało udział w tym turnieju.

Oznaczamy niewiadomą i układamy równanie:

x – liczba drużyn

$\frac{x(x-1)}{2}$ – liczba rozegranych meczów

$$\frac{x(x-1)}{2} = 15 \quad \text{rozwiązujemy równanie}$$

$$x^2 - x - 30 = 0$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-30) = 1 + 120 = 121$$

$$\sqrt{\Delta} = 11$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1 - 11}{2} = -5 \quad \text{liczba } -5 \text{ nie spełnia warunków ćwiczenia}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1 + 11}{2} = 6$$

W turnieju brało udział 6 drużyn.

Poniżej przedstawiono przykład zadania prowadzącego do równania kwadratowego. Zadanie to powstało przypuszczalnie w XII wieku.

„Bawiły się raz małpy – wieść indyjska niesie –
Ósma ich część w kwadracie już skacze po lesie,
Pozostałych dwanaście w płasach i z wrzaskami,
Pomiędzy zielonymi hasa pagórkami.
Ileż ich wszystkich było? – pyta się Bhashara,
Zagadka nie jest trudna, chociaż bardzo stara”.

Włodzimierz Kryszicki, *Iksy i igrekry*, Warszawa 1989

Zadania

1. Rozwiąż równania:

a) $x^2 - 9 = 0$,

b) $16x^2 - 25 = 0$,

c) $x^2 - 3 = 0$,

2. Rozwiąż równania:

a) $x^2 - 3x = 0$,

b) $5x^2 + 12x = 0$,

c) $-7x + 14x^2 = 0$,

3. Rozwiązaniami równań są:

A. -6 i 6 ,

B. 0 i 36 ,

4. Liczby -2 i 2 są rozwiązaniami równania:

A. $x^2 + 4 = 0$,

B. $2x^2 + 4x = 0$,

5. Rozwiąż równania:

a) $x^2 + 2x + 1 = 0$,

b) $x^2 - 6x + 9 = 0$,

c) $4x^2 + 4x + 1 = 0$,

6. Rozwiąż równania:

a) $x^2 - 5x + 6 = 0$,

b) $x^2 + 8x + 12 = 0$,

c) $x^2 + 12x + 36 = 0$,

7. Rozwiąż równania:

a) $x^2 - x = 30$,

b) $3x^2 = 10x - 3$,

c) $2x^2 + 15x = 4 - 2x^2$,

8. Ułóż równanie kwadratowe, którego rozwiązaniami są:

a) $\{2, 3\}$,

b) $\{4\}$,

9. Rozwiąż równania:

a) $(x-1)^2 = 36$,

b) $(x-3)^2 - 25 = 0$,

c) $x(x-2) + 3(x-2) = 0$

