



Ćwiczenie

Rozwiąż równania:

a) $7x^2 - 14x = 0$,

b) $(x+4)^2 = 25$,

a) $7x^2 - 14x = 0$

$7x(x-2) = 0$

$7x = 0$ lub $x-2 = 0$

$x = 0$ lub $x = 2$

Rozwiązaniami równania $7x^2 - 14x = 0$ są liczby 0 i 2.

b) $(x+4)^2 = 25$

$x+4 = \sqrt{25}$ lub $x+4 = -\sqrt{25}$

$x+4 = 5$ lub $x+4 = -5$

$x = 1$ lub $x = -9$

Rozwiązaniami równania $(x+4)^2 = 25$ są liczby -9 i 1.

c) $25x^2 + 10x + 1 = 0$

$(5x+1)^2 = 0$

$5x+1 = 0$

$x = -\frac{1}{5}$

Rozwiązaniem równania $25x^2 + 10x + 1 = 0$ jest liczba $-\frac{1}{5}$.

d) $x^2 - 6x - 7 = 0$

$(x^2 - 6x + 9) - 16 = 0$

$(x-3)^2 = 16$

$x-3 = 4$ lub $x-3 = -4$

$x = 7$ lub $x = -1$

Rozwiązaniami równania $x^2 - 6x - 7 = 0$ są liczby -1 i 7.

c) $25x^2 + 10x + 1 = 0$,

d) $x^2 - 6x - 7 = 0$.

wyłączamy wspólny czynnik przed nawias

porównujemy każdy z czynników do zera

rozwiązujemy każde z równań liniowych

korzystamy z własności kwadratu liczby i rozwiązujemy każde z równań liniowych

zamieniamy sumę algebraiczną na iloczyn, stosując wzór skróconego mnożenia

$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$

rozwiązujemy równanie

zapisujemy liczbę $-7 = 9 - 16$

stosujemy wzór skróconego mnożenia

$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$

rozwiązujemy równania

Podczas rozwiązywania równań kwadratowych możemy skorzystać z własności funkcji kwadratowej określonej wzorem $f(x) = ax^2 + bx + c$, gdzie $a \neq 0$. Aby rozwiązać równanie kwadratowe $ax^2 + bx + c = 0$, należy znaleźć miejsca zerowe funkcji kwadratowej. Liczba miejsc zerowych zależy od wartości wyróżnika (Δ).

Ćwiczenie

Rozwiąż równania:

a) $x^2 - 2x - 8 = 0$,

a) $x^2 - 2x - 8 = 0$

$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8) = 4 + 32 = 36$

$\sqrt{\Delta} = \sqrt{36} = 6$

$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2 - 6}{2} = -2$

$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2 + 6}{2} = 4$

Rozwiązaniami równania

b) $x^2 - 2x + 8 = 0$

$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8 = 4 - 32 = -28$

Ponieważ $\Delta < 0$, więckwadratowe $x^2 - 2x + 8 = 0$

c) $x^2 - 8x + 16 = 0$

$\Delta = 8^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16 = 64 - 64 = 0$

$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{8}{2} = 4$

Gdy $\Delta = 0$, funkcja kwadratowa

ma jedno rozwiązanie

tj. $x^2 - 8x + 16 = 0$

Równanie kwadratowe $ax^2 + bx + c = 0$ ma dwa rozwiązania, jedno rozwiązanie lub nie ma rozwiązań.

Ćwiczenie

Rozwiąż równania:

a) $(x-4)^2 = 17 - 9x$

a) $(x-4)^2 = 17 - 9x$

$x^2 - 8x + 16 - 17 + 9x = 0$

$x^2 + x - 1 = 0$

$\Delta = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1) = 1 + 4 = 5$

Ponieważ $\Delta > 0$, więc równanie ma dwa rozwiązania.