

Ćwiczenie

Wyznacz miejsca zerowe funkcji f, g i h , które są określone wzorami:

$$f(x) = x^2 - 2x - 3, \quad g(x) = 2x^2 - 8x + 8, \quad h(x) = -x^2 + 3x - 5.$$

Obliczamy miejsca zerowe funkcji f :

$$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 16$$

$$\sqrt{16} = 4$$

$$x_1 = \frac{2-4}{2 \cdot 1} = -1$$

$$x_2 = \frac{2+4}{2 \cdot 1} = 3$$

Miejscami zerowymi funkcji f są liczby: $x_1 = -1$ i $x_2 = 3$.

Obliczamy miejsca zerowe funkcji g :

$$\Delta = (-8)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 8 = 64 - 64 = 0$$

$$\sqrt{0} = 0$$

$$x_1 = \frac{8-0}{2 \cdot 2} = 2$$

$$x_2 = \frac{8+0}{2 \cdot 2} = 2$$

Funkcja g ma jedno miejsce zerowe: $x_1 = x_2 = 2$.

Obliczamy miejsca zerowe funkcji h :

$$\Delta = 3^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-5) = 9 - 20 = -11$$

Ponieważ Δ jest liczbą ujemną, więc $\sqrt{\Delta}$ nie istnieje.

Funkcja h nie ma miejsc zerowych.

Liczba miejsc zerowych funkcji kwadratowej $f(x) = ax^2 + bx + c$ zależy od wartości wyróżnika $\Delta = b^2 - 4ac$.

Jeśli $\Delta > 0$, to funkcja kwadratowa ma dwa miejsca zerowe: $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ i $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$.

Jeśli $\Delta = 0$, to funkcja kwadratowa ma jedno miejsce zerowe: $x_0 = \frac{-b}{2a}$.

Jeśli $\Delta < 0$, to funkcja kwadratowa nie ma miejsc zerowych.

Gdy znamy różne miejsca zerowe x_1 i x_2 funkcji kwadratowej $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$, możemy zapisać ją w postaci iloczynowej $y = a(x - x_1)(x - x_2)$. Jeśli natomiast znamy jedno (jedyne) miejsce zerowe x_0 , możemy zapisać funkcję w postaci iloczynowej $y = a(x - x_0)^2$.

Jeżeli funkcja kwadratowa nie ma miejsc zerowych, nie można zapisać jej w postaci iloczynowej.

Ćwiczenie

Przedstaw w postaci iloczynowej (o ile to możliwe) funkcję kwadratową daną w postaci ogólnej.

a) $y = -2x^2 + 4x + 30$

Obliczamy wartość wyróżnika: $\Delta = 4^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 30 = 16 + 240 = 256$