

■ Obliczanie drogi na podstawie wykresu $v(t)$

Umiesz już obliczać drogę przebytą przez ciało poruszające się ze stałą prędkością. Co jednak zrobić w przypadku, gdy prędkość się zmienia? Okazuje się, że można wykorzystać do tego wykres zależności **prędkości** od czasu.

Droga przebyta przez ciało jest równa polu pod wykresem prędkości od czasu $v(t)$.

Przedstawimy tę metodę na przykładzie wykresu z przykładu 2., opisującego zmiany prędkości hamującego motocyklisty (rys. A obok). Obszar pod wykresem (zaczerniony na rysunku) ma kształt trapezu o **dłuższej podstawie 30**, **krótszej podstawie 20** oraz **wysokości 40** (rys. B). Jego pole jest więc równe:

$$P = \frac{1}{2} (30 + 20) \cdot 40 = \frac{1}{2} \cdot 50 \cdot 40 = 1000$$

Zgodnie z podaną wyżej zasadą ta wielkość równa jest drodze przebytej przez pociąg.

Ale co z jednostkami? Czy pole figury nie powinno być wyrażone w centymetrach kwadratowych? Otóż nie, bo nie obliczamy pola powierzchni rysunku na kartce, które zmieni się, gdy np. przerysujemy go do zeszytu. Interesuje nas pole w układzie współrzędnych, w którym na jednej osi zaznaczamy czas (w sekundach), a na drugiej – prędkość w metrach na sekundę (rys. C).

Gdy uwzględnimy to w obliczeniach, okaże się (na szczęście!), że otrzymaliśmy drogę w metrach:

$$s = \frac{1}{2} (30 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}) \cdot 40 \text{ s} = 1000 \text{ m}$$

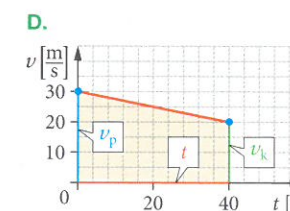
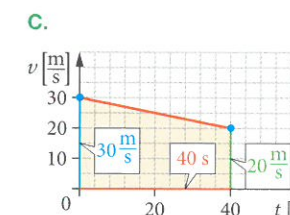
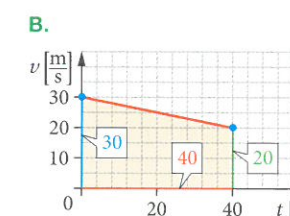
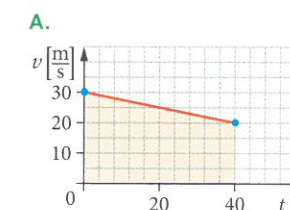
Podobnie możemy postępować z innymi wykresami $v(t)$.

■ Jak obliczyć drogę, gdy nie ma wykresu

Obliczanie drogi możemy zacząć od narysowania wykresu $v(t)$. Możemy też skorzystać z ogólnego wzoru, który łatwo otrzymamy na podstawie rysunku. Długości podstaw naszego trapezu to prędkość początkowa v_p i prędkość końcowa v_k , natomiast jego wysokość odpowiada czasowi ruchu t (rys. D). Możemy napisać:

$$s = \frac{1}{2} (v_p + v_k) t$$

Zauważ, że wyrażenie $\frac{1}{2} (v_p + v_k)$ to po prostu średnia arytmetyczna prędkości na początku i na końcu ruchu. W przypadku gdy ciało zaczyna się rozpędzać od zera, nasz wzór przyjmuje prostszą postać $s = \frac{1}{2} v_k t$.



▲ A–D. Wykresy zależności prędkości od czasu opisane w tekście

Wzór na pole trapezu o podstawach a , b i wysokości h :

$$P = \frac{1}{2} (a + b) \cdot h$$