

I. Liczby i działania

- Liczba pierwsza – to liczba naturalna, która ma tylko dwa różne dzielniki: 1 i samą siebie.
- Liczba złożona – ma więcej niż dwa różne dzielniki.
- Liczba 0 i 1 nie są ani pierwsze, ani złożone
- Cechy podzielności:
 - Przez 2 dzielą się liczby mające w rzędzie jedności cyfry 2, 4, 6, 8, 0
 - Przez 3 dzielą się liczby, których suma cyfr jest podzielna przez 3
 - Przez 4 dzielą się liczby, których cyfry z rzędów dziesiątek i jedności tworzą liczbę podzielną przez 4
 - Przez 5 dzielą się liczby mające w rzędzie jedności cyfrę 0 lub 5
 - Przez 6 dzielą się liczby, które są podzielne przez 2 i przez 3
 - Przez 9 dzielą się liczby, których suma cyfr jest podzielna przez 9
- Podstawowe rozwinięcia dziesiętne ułamków zwykłych:
 - $\frac{1}{2} = 0,5$
 - $\frac{1}{3} = 0,(3)$
 - $\frac{1}{4} = 0,25$
 - $\frac{1}{5} = 0,2$
 - $\frac{1}{6} = 0,1(6)$
 - $\frac{1}{8} = 0,125$
 - $\frac{1}{9} = 0,(9)$
- Mnożenie potęg o tych samej podstawie: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, np.: $2^3 \cdot 2^6 = 2^9$
- Dzielenie potęg o tych samej podstawie: $a^m : a^n = a^{m-n}$, np.: $3^{10} : 3^2 = 3^8$
- Potęga potęgi: $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$, np.: $(5^2)^3 = 5^6$
- Potęga iloczynu: $a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$, np.: $2^3 \cdot 5^3 = (2 \cdot 5)^3 = 10^3$
- Potęga ilorazu: $a^m : b^m = (a : b)^m$, np.: $8^7 : 2^7 = (8 : 2)^7 = 4^7$
- Działania na liczbach wykonujemy wg ustalonej kolejności działań:
 - Najpierw potęgowanie i pierwiastkowanie
 - Następnie mnożenie i dzielenie
 - W końcu dodawanie i odejmowanie
 - Działania w nawiasach mają zawsze pierwszeństwo przed pozostałymi

II. Równania, nierówności, układy równań

- Równanie stopnia pierwszego z jedną niewiadomą:

Nazwa	Liczba rozwiązań	Przykład	Końcowa postać przykładu	Rozwiązanie
<u>Oznaczone</u>	Jedno	$3x - 2 = 2x - 4$	$x = -2$	$x = -2$
<u>Sprzeczne</u>	Zero	$3(x + 1) = 3x + 5$	$0 = 2$	Brak rozwiązań
<u>Tożsamościowe</u>	Nieskończenie wiele	$3(x + 1) = 3x + 3$	$0 = 0$	Każda liczba

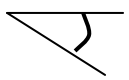
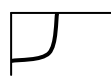
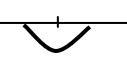
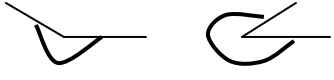
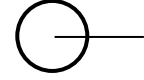
- Rozwiązując nierówność, postępujemy podobnie jak podczas rozwiązywania równań. (należy jednak pamiętać, że jeżeli obie strony nierówności pomnożymy lub podzielimy przez liczbę ujemną to zmieniamy znak nierówności na przeciwny)
- Układy dwóch równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi:
 - Układ oznaczony – ma jedno rozwiązanie (jedna para liczb spełnia jednocześnie oba równania)
 - Układ nieoznaczony – ma nieskończenie wiele rozwiązań
 - Układ sprzeczny – żadna para liczb nie spełnia obu równań jednocześnie

III. Funkcje

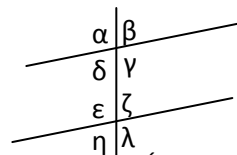
- Funkcja – to zależność, która każdemu elementowi x ze zbioru X przyporządkowuje jeden i tylko jeden element y ze zbioru Y. Zbiór X to dziedzina funkcji. Zbiór Y to przeciwdziedzina funkcji.
- Tę samą funkcję można przedstawić za pomocą:
 - Opisu słownego
 - wzoru
 - tabelki
 - grafu
 - wykresu
- Miejsce zerowe – to argument, dla którego wartość funkcji wynosi 0.
- Funkcja liniowa – to funkcja, której dziedziną jest zbiór liczb rzeczywistych i określona jest wzorem $y = ax + b$, gdzie a - współczynnik kierunkowy prostej, b - współczynnik przesunięcia. Wykresem jest prosta.
 - Jeżeli $a < 0$ to funkcja liniowa jest malejąca,
 - Jeżeli $a > 0$ to funkcja liniowa jest rosnąca
 - Jeżeli $a = 0$ to funkcja liniowa jest stała

IV. Geometria na płaszczyźnie

- Kąty

Wypukłe				Wklęsłe	Pełny
Ostre	Prosty	Rozwarte	Półpełny		
					
$\alpha < 90^\circ$	$\alpha = 90^\circ$	$90^\circ < \alpha < 180^\circ$	$\alpha = 180^\circ$	$180^\circ < \alpha < 360^\circ$	$\alpha = 360^\circ$

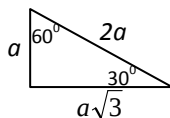
2. Kąty przyległe: np. α i β ($\alpha + \beta = 180^\circ$), γ i δ ($\gamma + \delta = 180^\circ$)
3. Kąty wierzchołkowe: np. α i γ ($\alpha = \beta$), β i δ ($\beta = \delta$)
4. Kąty naprzemianległe: np. α i λ ($\alpha = \lambda$), ζ i δ ($\zeta = \delta$), β i η ($\eta = \beta$), γ i ϵ ($\gamma = \epsilon$)
5. Kąty odpowiadające: np. α i ϵ ($\alpha = \epsilon$), β i ζ ($\beta = \zeta$), λ i γ ($\lambda = \gamma$), η i δ ($\eta = \delta$)
6. Trójkąt jest wpisany w okrąg, gdy wszystkie wierzchołki tego trójkąta leżą na okręgu. Środek okręgu opisanego na trójkącie znajduje się w punkcie przecięcia symetralnych boków tego trójkąta.
7. Trójkąt jest opisany na okręgu, gdy wszystkie jego boki są styczne do okręgu. Środek okręgu wpisanego w trójkąt znajduje się w punkcie przecięcia dwusiecznych kątów tego trójkąta.



8. Trójkąty

Trójkąty	Ostrokątny	Prostokątny	Rozwartokątny
Różnoboczny Pole: $P = \frac{1}{2} ah$	 wszystkie kąty ostre	 Tw. Pitagorasa: $a^2 + b^2 = c^2$	 Jeden kąt rozwarty, dwa ostre
Równoramienny Pole: $P = \frac{1}{2} ah$	 kąty przy podstawie są równej miary	 45° 45°	 45° 45°
Równoboczny Pole: $P = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$	 60° 60° 60° $h = \frac{a \sqrt{3}}{2}$	Nie istnieje	Nie istnieje

- Trójkąt prostokątny o kątach 30° , 60° , 90° :
- Suma kątów w trójkącie wynosi 180° .



9. Czworokąty

Czworokąt		pole
Kwadrat Ma 4 osie symetrii, ma środek symetrii	 a a d	$P = a^2$ Przekątna: $d = a\sqrt{2}$
Prostokąt Ma 2 osie symetrii, ma środek symetrii	 a b a b	$P = a \cdot b$
Równoległobok Nie ma osi symetrii, ma środek symetrii	 a b h a b	$P = a \cdot h$
Romb Ma 2 osie symetrii, ma środek symetrii	 a a a a h	$P = a \cdot h$ $P = \frac{1}{2} p \cdot q$ Przekątne p i q przecinają się w połowie i są prostopadłe
Deltoid Ma 1 oś symetrii, nie ma środka symetrii	 a b a b p q	$P = \frac{1}{2} p \cdot q$ Przekątne p i q są prostopadłe
Trapez Nie ma osi ani środka symetrii (wyjątek - równoramienny)	 b a h	$P = \frac{1}{2} (a + b) \cdot h$

10. Suma kątów w czworokącie wynosi 360°

11. Suma miar kątów wewnętrznych n -kąta foremnego wynosi $(n - 2) \cdot 180^\circ$

12. Koło, wycinek kołowy

Koło	Wycinek koła
Pole: $P = \pi \cdot r^2$	Pole: $P = \frac{\alpha}{360} \cdot \pi \cdot r^2$
Obwód (długość okręgu): $l = 2\pi \cdot r$	Długość łuku: $l = \frac{\alpha}{360} \cdot 2\pi \cdot r$

V. Geometria w przestrzeni

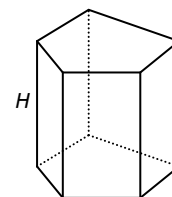
1. Graniastosłup:

a. Objętość:

$$V = P_p \cdot H$$

b. Pole powierzchni:

$$P_c = 2 \cdot P_p + P_b$$



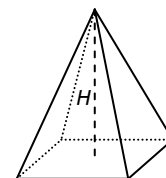
2. Ostrosłup:

a. Objętość:

$$V = \frac{1}{3} P_p \cdot H$$

b. Pole powierzchni:

$$P_c = P_p + P_b$$



3. Walec:

a. Objętość:

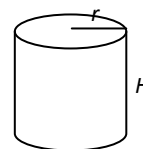
$$V = \pi \cdot r^2 \cdot H$$

b. Pole powierzchni:

$$P_c = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot H$$

c. Pole powierzchni bocznej:

$$P_b = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot H$$



4. Stożek:

a. Objętość:

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot H$$

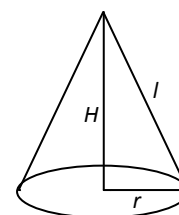
b. Pole powierzchni:

$$P_c = \pi \cdot r^2 + \pi \cdot r \cdot l$$

c. Pole powierzchni bocznej:

$$P_b = \pi \cdot r \cdot l,$$

gdzie l – tworząca stożka



5. Kula:

a. Objętość:

$$V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3$$

b. Pole powierzchni:

$$P_c = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$