



MINISTERSTWO EDUKACJI  
i NAUKI



**Jan Kowalczyk**

**Badanie obwodów elektrycznych prądu stałego  
311[50].O1.03**

**Poradnik dla ucznia**

**Wydawca**  
**Instytut Technologii Eksploatacji – Państwowy Instytut Badawczy**  
**Radom 2005**

Recenzenci:

mgr inż. Bogdan Chmieliński

dr hab. inż. Krzysztof Pacholski

Opracowanie redakcyjne:

mgr inż. Katarzyna Maćkowska

Konsultacja:

dr inż. Janusz Figurski

Korekta:

mgr Joanna Iwanowska

Poradnik stanowi obudowę dydaktyczną programu jednostki modułowej 311[50].O1.03 Badanie obwodów elektrycznych prądu stałego, zawartego w modułowym programie nauczania dla zawodu Technik Mechatronik.

Wydawca

Instytut Technologii Eksploatacji – Państwowy Instytut Badawczy, Radom 2005

---

„Projekt współfinansowany ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego”

# SPIS TREŚCI

<b>1. Wprowadzenie</b>	<b>3</b>
<b>2. Wymagania wstępne</b>	<b>4</b>
<b>3. Cele kształcenia</b>	<b>5</b>
<b>4. Materiał nauczania</b>	<b>6</b>
<b>4.1. Podstawowe pojęcia dotyczące obwodów elektrycznych. Elementy i struktura obwodów elektrycznych</b>	<b>6</b>
4.1.1. Materiał nauczania	6
4.1.2. Pytania sprawdzające	10
4.1.3. Ćwiczenia	10
4.1.4. Sprawdzian postępów	12
<b>4.2. Sposoby oznaczania zwrotów prądu i napięcia. Prawa opisujące zjawiska zachodzące w obwodach prądu stałego</b>	<b>13</b>
4.2.1. Materiał nauczania	13
4.2.2. Pytania sprawdzające	18
4.2.3. Ćwiczenia	19
4.2.4. Sprawdzian postępów	21
<b>4.3. Metody obliczania obwodów elektrycznych nierozgałęzionych i rozgałęzionych z elementami liniowymi i nieliniowymi. Źródła napięcia i źródła prądu</b>	<b>22</b>
4.3.1. Materiał nauczania	22
4.3.2. Pytania sprawdzające	29
4.3.3. Ćwiczenia	29
4.3.4. Sprawdzian postępów	31
<b>4.4. Określanie błędu pomiaru. Błędy przyrządów pomiarowych</b>	<b>32</b>
<b>Przyrządy pomiarowe</b>	<b>32</b>
4.4.1. Materiał nauczania	32
4.4.2. Pytania sprawdzające	38
4.4.3. Ćwiczenia	38
4.4.4. Sprawdzian postępów	41
<b>4.5. Pomiary wielkości charakteryzujących obwody prądu stałego</b>	<b>42</b>
4.5.1. Materiał nauczania	42
4.5.2. Pytania sprawdzające	44
4.5.3. Ćwiczenia	45
4.5.4. Sprawdzian postępów	47
<b>5. Sprawdzian osiągnięć</b>	<b>48</b>
<b>6. Literatura</b>	<b>51</b>

## 4. MATERIAŁ NAUCZANIA

### 4.1. Podstawowe pojęcia dotyczące obwodów elektrycznych. Elementy i struktura obwodów elektrycznych

#### 4.1.1. Materiał nauczania

##### Podstawowe pojęcia i rozwój elektrotechniki

**Elektrotechnika** jest to dział nauki zajmujący się podstawami teoretycznymi (elektrotechnika teoretyczna) i zastosowaniami zjawisk fizycznych z dziedziny elektryczności w różnych dziedzinach gospodarki.

Elektrotechnika obejmuje zagadnienia:

- wytwarzanie, przesyłanie i rozdział energii elektrycznej (elektroenergetyka), a także przetwarzanie jej na inne rodzaje energii (mechaniczną, świetlną, ciepłą, chemiczną);
- przenoszenie informacji za pomocą nośników elektrycznych (telegrafia, telefonia, elektroakustyka).

Nauka o elektryczności w porównaniu z innymi działami fizyki rozwinęła się dosyć późno, mimo że pewne zjawiska elektryczne i magnetyczne zauważano w czasach odległych. Rozwój elektrotechniki, chociaż późny w porównaniu z innymi dziedzinami nauki, nastąpił bardzo szybko i posiada ogromne znaczenie dla rozwoju naszej cywilizacji. Tabela 4.1 przedstawia autorów i czas dokonania wybranych odkryć, które stały się fundamentami elektrotechniki.

**Tabela 4.1.** Najważniejsze postaci i odkrycia w dziedzinie elektrotechniki

William Gilbert – Anglia	1544–1603	Badanie zjawisk magnetycznych, nazwa „elektryczność.”
Beniamin Franklin Michał Łomonosow	1706–1790 1711–1765	Badanie zjawisk elektryczności atmosferycznej.
Luigi Galvani	1737–1796	Odkrycie zjawiska prądu elektrycznego.
Aleksander Volta	1745–1827	Odkrycie zjawiska prądu elektrycznego. Pierwsze ogniwo galwaniczne.
Andre Ampere	1775–1836	Badanie zjawisk elektrodynamicznych.
Hans Oersted	1777–1851	Odkrycie działania prądu elektrycznego na igłę magnetyczną.
Georg Ohm	1787–1854	Prawo obwodów elektrycznych nazywane jego nazwiskiem.
James Joule	1818–1889	Prawo dotyczące wytwarzania ciepła przy przepływie prądu elektrycznego, prawo Joule’a-Lenza – 1842 r.
Gustaw Kirchhoff (Niemcy)	1824–1887	Pierwsze i drugie prawo Kirchhoffa – 1845 r.
Guglielmo Marconi	1874–1937	Telegraf bezprzewodowy. Podstawy radiotechniki.
Tomasz Edison	1847–1931	Samouk, wynalazca m.in. mechanicznego zapisu dźwięku i żarówki.
Ernst Siemens	1816–1892	Maszyny elektryczne, samowzbudna prądnica prądu stałego, doświadczalna kolej elektryczna.
Michał Doliwo-Dobrowolski	1862–1919	Układ trójfazowy prądu zmiennego. Transformator, silnik prądu trójfazowego.

**Elektryczność** – dział fizyki zajmujący się zjawiskami związanymi z występowaniem i ruchem ładunków elektrycznych oraz towarzyszących im pól elektrycznego i magnetycznego.

**Ładunek elektryczny** to wielkość fizyczna charakteryzująca oddziaływanie ciał z polem elektrycznym i magnetycznym. Najczęściej przez ładunek elektryczny rozumie się określoną liczbę ładunków elementarnych (niepodzielnych), z których zbudowane są atomy. Ładunkami elementarnymi są elektrony (ładunki  $-$ ) i protony (ładunki  $+$ ).

**Pole elektryczne** to stan przestrzeni fizycznej, w której występuje oddziaływanie na znajdujące się w niej ładunki elektryczne lub inne obiekty o właściwościach elektrycznych, zarówno ruchome, jak i nieruchome.

**Pole magnetyczne** to stan przestrzeni działający tylko na poruszające się ładunki elektryczne lub poruszające się ciała obdarzone ładunkiem elektrycznym.

**Prąd elektryczny** to pojęcie stosowane w elektrotechnice w dwóch znaczeniach:

1. Jest to zjawisko uporządkowanego ruchu nośników ładunków elektrycznych w określonym środowisku pod wpływem pola elektrycznego.
2. Jest to wielkość elektryczna skalarna utożsamiana z natężeniem prądu elektrycznego, którą wyznacza się w uproszczony sposób jako stosunek ładunku elektrycznego „ $Q$ ” do czasu przepływu tego ładunku „ $t$ ”.

$$I = \frac{Q}{t}$$

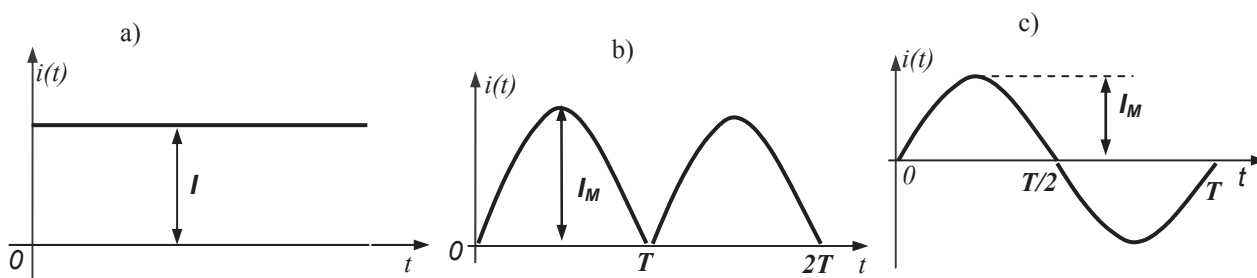
Prąd elektryczny tworzą ładunki elektryczne przenoszone w różnych środowiskach pod wpływem pola elektrycznego. W metalach prąd elektryczny tworzą swobodne elektrony, w elektrolitach (zwanymi przewodnikami drugiego rodzaju) tworzą go dodatnie i ujemne jony, zaś w materiałach zwanych półprzewodnikami, przemieszczające się elektrony oraz nośniki dziurowe (dziury).

Ważną wielkością związaną z prądem elektrycznym jest **gęstość prądu**, oznaczana literą „ $J$ ” i mierzona w  $[A/m^2]$ . **Gęstością prądu elektrycznego nazywamy stosunek (iloraz) natężenia prądu w przewodniku do powierzchni przekroju przewodnika, przez którą przepływa ten prąd.** Wyraża się to równaniem:

$$J = \frac{I[A]}{S[m^2]}$$

Zależnie od zmian wartości prądu w różnych chwilach czasu wyróżnia się:

- **prąd stały** – jeśli jego wartość nie ulega zmianom w kolejnych chwilach czasowych (rys. 4.1a),
- **prąd zmienny** – jeśli w kolejnych chwilach czasowych zmienia on swoją wartość (rys. 4.1b),<sup>1</sup>
- **prąd przemienny** – jeśli w kolejnych chwilach czasowych zmienia on swoją wartość oraz



**Rys. 4.1.** Przebiegi czasowe prądu: a) stałego, b) o stałym kierunku lecz zmiennego w czasie, c) przemiennego, sinusoidalnego

<sup>1</sup>Prąd o przebiegu zmienności jak na rys. 4.1b lub podobny, bywa nazywany również prądem pulsującym ze względu na niezmienną wartość kierunku przepływu.

kierunek przepływu (rys. 4.1c). Jeżeli zmienność przebiegu powtarza się regularnie po określonym czasie oznaczanym przez ( $T$ ), to przebieg taki zaliczany jest do przebiegów okresowych lub okresowo-zmiennych. Czas ( $T$ ), w którym zachodzi jedna pełna zmiana przebiegu nazywamy okresem przebiegu.

Przepływ prądu może odbywać się w różnych środowiskach. Jako środowiska, w których może występować przepływ prądu wymienia się:

- **przewodniki pierwszego rodzaju**, do których zalicza się metale i ich stopy; spośród metali najlepszymi przewodnikami są srebro (Ag) i miedź (Cu).

Większość rozważań przedstawionych w niniejszym opracowaniu dotyczy praw przepływu prądu w przewodnikach,

- **elektrolity**, zaliczane do **przewodników drugiego rodzaju**, którymi są np. wodne roztwory kwasów, zasad i soli,
- **gazy** (stan skupienia materii, w którym cząsteczki nie są wzajemnie powiązane siłami przyciągania i poruszają się swobodnie, wypełniając dostępną im objętość),
- **próżnię** (obszar wolny od cząstek materialnych lub wypełniony gazem o znikomym niskim ciśnieniu w stosunku do ciśnienia atmosferycznego),
- **półprzewodniki**, do których zalicza się substancje krystaliczne, które pod względem zdolności przewodzenia prądu zajmują miejsce pośrednie pomiędzy przewodnikami a dielektrykami (materiałami nie przewodzącymi prądu).

W zależności od zjawisk zachodzących w środowisku, w którym odbywa się przepływ ładunków elektrycznych pod wpływem pola elektrycznego, wyróżniamy prądy:

- **przewodzenia**, to prąd utworzony przez elektrony swobodne lub jony przemieszczające się pod wpływem zewnętrznego pola elektrycznego w środowisku przewodzącym, takim jak metal lub elektrolit,
- **przesunięcia**<sup>2</sup>, występujący w dielektrykach podczas zmian pola elektrycznego, polegający na przemieszczaniu się ładunków dodatnich i ujemnych wewnątrz cząsteczek, bez naruszania granic (struktury) atomów,
- **unoszenia**, zwany prądem konwekcji; tworzą go przemieszczające się ładunki elektryczne nie związane z cząstkami środowiska, w którym ładunki poruszają się pod wpływem zewnętrznego pola elektrycznego. Przykładami prądów unoszenia są: strumień elektronów w próżni, prąd nośników ładunków elektrycznych przenoszonych w półprzewodnikach,
- **dyfuzyjny**, polega na przemieszczaniu się ładunków elektrycznych w wyniku zjawiska dyfuzji (przemieszczania się nośników z obszaru o większym zagęszczeniu do obszaru uboższego w nośniki ładunku). O prądach dyfuzyjnych mówi się podczas wyjaśniania zjawisk zachodzących w elementach półprzewodnikowych.

## Właściwości elektryczne ciał

Elektryczne właściwości ciał rozpatruje się z uwzględnieniem ich zdolności do przewodzenia prądu elektrycznego. Przydatność danego ciała do przewodzenia prądu wynika z jego budowy atomowej, a szczególnie z występowaniem elektronów swobodnych lub innych, swobodnych nośników ładunku elektrycznego, które mogą przemieszczać się w objętości materiału pod wpływem pola elektrycznego. Z tego względu materiały stosowane w elektrotechnice dzieli się na trzy grupy.

- **Przewodniki** – ciała dobrze przewodzące prąd elektryczny; zalicza się do nich:
  - metale, ich stopy, węgiel w postaci grafitu zaliczane są do przewodników pierwszego rodzaju,

---

<sup>2</sup> Istnienie prądu przesunięcia przewidział Maxwell ok. r. 1873, zanim doświadczalnie potwierdzono jego występowanie [ 2-A. H. Piekara – Elektryczność i magnetyzm, PWN Warszawa 1970].

- wodne roztwory kwasów, zasad i soli, bezwodne sole w stanie roztopionym, które nazywa się elektrolitami i zalicza się je do przewodników drugiego rodzaju.
- **Izolatory (dielektryki)** – ciała praktycznie nie przewodzące prądu elektrycznego: zalicza się do nich porcelanę, szkło w stanie stałym, większość tworzyw sztucznych, wodę destylowaną, oleje mineralne, niezjonizowane gazy, próżnię.
- **Półprzewodniki** – to ciała o właściwościach pośrednich w stosunku do przewodników i izolatorów. W określonych warunkach (pod wpływem podwyższania temperatury, oddziaływania pola elektrycznego lub po wprowadzeniu odpowiednich domieszek) stają się one dobrymi przewodnikami. Półprzewodnikami są krzem (Si), german (Ge) oraz niektóre tlenki metali. Przepływ prądu w półprzewodnikach jest szerzej opisany w analizie działania elementów półprzewodnikowych.

Przepływ prądu w przewodnikach pierwszego rodzaju ma miejsce w większości obwodów elektrycznych i odnosi do niego większość rozważań niżej zawartych.

Należy pamiętać, że przewodzenie prądu elektrycznego jest możliwe tylko w tych ośrodkach, w których występują swobodne nośniki ładunków elektrycznych, mogące przemieszczać się w polu elektrycznym.

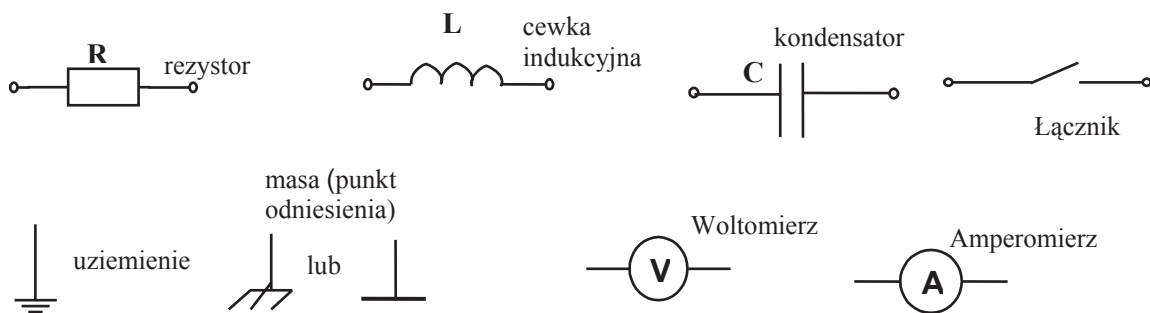
### Podstawowe pojęcia dotyczące obwodów elektrycznych

**Obwodem elektrycznym nazywa się połączone ze sobą elementy tak, że istnieje co najmniej jedna nieprzerwana droga dla przepływu prądu elektrycznego.**

Graficznym obrazem połączeń elementów obwodu jest schemat obwodu, na którym określony jest sposób połączeń elementów obwodu, przedstawianych za pomocą znormalizowanych symboli graficznych. W ogólności elementy obwodów można podzielić na:

- odbiornikowe, zwane elementami pasywnymi lub biernymi,
- źródłowe, zwane elementami aktywnymi.

Symbol elementów pasywnych odbiorczych oraz punktów uziemienia i masy układu stosowane na schematach obwodów przedstawione są na rys. 4.2.

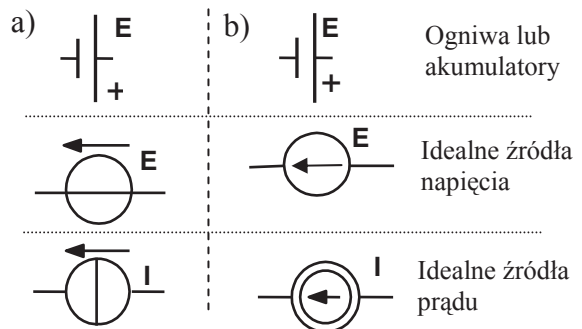


Rys. 4.2. Symbole elementów pasywnych i oznaczenia stosowane na schematach obwodów

Elementami tymi są:

1. Rezystory – elementy, w których energia prądu elektrycznego zamieniana jest na energię cieplną.
2. Elementy indukcyjne – magazynujące energię w polu magnetycznym.
3. Kondensatory – elementy magazynujące energię w polu elektrycznym.

Symbol elementów źródłowych stosowane w literaturze polskiej przedstawione są na rys. 4.3.



Rys. 4.3. Symbole graficzne źródeł napięcia i prądu: a) zgodne z PN-92/E-01200/02 (IEC 617-2), b) wcześniej stosowane w literaturze



Najprostszy obwód elektryczny składa się z jednego elementu odbiorczego i jednego elementu źródłowego.

Obwód przedstawiony na rys. 4.4a nazywa się **nierozgałęzionym**, gdyż płynie w nim tylko jeden prąd elektryczny. Prąd oznaczony jest literą ( $I$ ), a kierunek prądu oznaczamy strzałką umieszczoną na przewodzie. Schematy obwodów spotykanych w praktyce są zwykle bardziej skomplikowane.

Na rys. 4.4b pokazany jest schemat **obwodu rozgałęzionego**, który składa się z trzech gałęzi zbiegających się w **węzłach** obwodu. Obwód ten posiada dwa węzły.

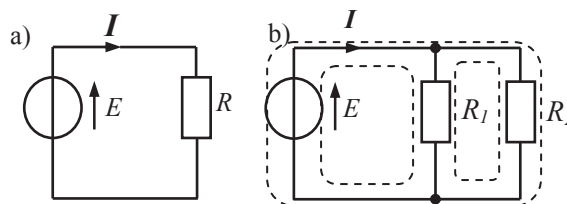
**Gałąź obwodu** tworzy jeden lub kilka elementów połączonych szeregowo, przez które przepływa ten sam prąd elektryczny.

**Węzeł obwodu elektrycznego** nazywamy zacisk lub końcówkę gałęzi, do której jest przyłączona inna gałąź lub kilka gałęzi. Węzły obwodu elektrycznego oznaczane są zaczerzonymi punktami.

W teorii obwodów elektrycznych ważnym jest pojęcie **oczka obwodu**.

**Oczkiem obwodu** elektrycznego nazywa się zbiór połączonych ze sobą gałęzi, tworzących nieprzerwaną drogę dla przepływu prądu. Po usunięciu z oczka dowolnej gałęzi przestaje istnieć w oczku nieprzerwana (ciągła) droga dla przepływu prądu.

Obwód przedstawiony na rys. 4.4a posiada jedno oczko, zaś obwód, którego schemat przedstawiony jest na rys. 4.4b posiada trzy oczka, które zaznaczono liniami przerywanymi.



Rys. 4.4. Schematy obwodów:

a) nierozgałęzionego, b) rozgałęzionego

### 4.1.2. Pytania sprawdzające

Odpowiadając na pytania, sprawdzisz, czy jesteś przygotowany do wykonania ćwiczeń.

1. Czym zajmuje się elektrotechnika?
2. Co to jest:
  - ładunek elektryczny,
  - pole elektryczne,
  - pole magnetyczne,
  - ładunek elementarny?
3. Jak dzielimy materiały pod względem właściwości elektrycznych?
4. Co kryje się pod pojęciem prądu elektrycznego? Wymień dwa znaczenia tego pojęcia.
5. Co to jest gęstość prądu elektrycznego?
6. Jaki prąd nazywamy stałym, zmiennym, a jaki przemiennym?
7. Co to jest wartość chwilowa prądu?
8. W jakich środowiskach może występować przepływ prądu?
9. Co to jest gaz, próżnia, metal? Jakie właściwości elektryczne posiadają te ośrodki?
10. Co to jest obwód elektryczny?
11. Jakimi symbolami oznaczamy rezystory, cewki, kondensatory, źródła napięcia, źródła prądu?
12. Co to są: węzeł, gałąź i oczko obwodu elektrycznego?

### 4.1.3. Ćwiczenia

Sposób wykonania ćwiczeń

Aby wykonać ćwiczenia 1÷3 powinieneś: wykorzystać wzory definiujące prąd, gęstość prądu, umieć je przekształcać, obliczenia wykonywać w jednostkach podstawowych. Wszelkie wątpliwości możesz wyjaśniać z nauczycielem.



### Ćwiczenie 1

Przez przekrój poprzeczny przewodu w czasie  $t = 10$  s przepływa  $5 \cdot 10^{18}$  elektronów. Oblicz wartość prądu w przewodzie, jeżeli ładunek elektronu  $e = -1,6 \cdot 10^{-19}$  C.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- poradnik dla ucznia, literatura uzupełniająca.

### Ćwiczenie 2

Oblicz natężenie prądu i gęstość prądu w przewodzie o przekroju  $S = 3$  mm<sup>2</sup>, przez który przepływa  $4 \cdot 10^{20}$  elektronów w czasie  $t = 2$ s. Ładunek elektronu  $e = -1,6 \cdot 10^{-19}$ C.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- poradnik dla ucznia, literatura.

### Ćwiczenie 3

Rozrusznik samochodu pracował w czasie  $t = 2$ s, pobierając z akumulatora prąd  $I = 150$ A. Po uruchomieniu silnika ładowano akumulator prądem  $I_1 = 3$  A. Po jakim czasie akumulator zostanie naładowany do pierwotnego stanu? Ładowanie i rozładowanie przebiega bez strat.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- poradnik dla ucznia, literatura.

### Ćwiczenie 4

Oblicz wartość ładunku, który przepłynie w przewodzie w czasie  $t = 30$ s, jeżeli wartość prądu w tym czasie narastała liniowo od 0 do 10 A i opadła do zera? Narysuj przebieg zmienności prądu w zależności od czasu, oblicz średnią wartość prądu za czas przepływu.

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) narysować wykres zależności prądu od czasu  $i(t)$ , obliczyć ładunek jako pole pod wykresem ze wzoru na pole trójkąta prostokątnego o bokach  $t = 30$ s,  $I_M = 10$ A,  $Q = 1/2(I_M t)$ ,
- 2) skorzystać z wzoru definiującego prąd  $I = Q/t$ .

Wyposażenie stanowiska pracy:

- poradnik dla ucznia, literatura.

### Ćwiczenie 5

Zapoznaj się z budową i parametrami elementów biernych: oporników, kondensatorów, elementów indukcyjnych oraz źródeł napięcia stałego wykorzystywanych w pracowni.

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) narysować i podpisać symbole dostępnych elementów,
- 2) zapisać nazwy i wartości parametrów znamionowych tych elementów.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- rezystory, kondensatory, cewki indukcyjne, źródła napięcia stałego (zasilacze napięcia stałego), karty, informacje katalogowe badanych elementów i podzespołów.

## Ćwiczenie 6

Ustal parametry oporników, przeprowadź pomiary rezystancji oporników przy pomocy omomierzy analogowego i cyfrowego (metodą bezpośrednią).

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) z kart katalogowych odczytać parametry co najmniej 2 typów rezystorów i zanotować ich: rezystancję znamionową  $R_N [\Omega]$ , moc znamionową  $P_N [W]$ , tolerancję rezystancji  $\delta_R [\%]$ ,  
rezystor 1:  $R_{N1} [\Omega] = \dots \dots \dots P_{N1} [W] = \dots \dots \dots \delta_{R1} [\%] = \dots \dots \dots$   
rezystor 2:  $R_{N2} [\Omega] = \dots \dots \dots P_{N2} [W] = \dots \dots \dots \delta_{R2} [\%] = \dots \dots \dots$
- 2) określić, w jakich granicach powinna zawierać się rezystancja badanych oporników, zgodnie z wartością tolerancji ich wykonania:  $\Delta R [\Omega] = \delta_R [\%] \cdot R_N [\Omega] / 100 [\%]$ :  
rezystor 1:  $\Delta R_1 [\Omega] = \dots \dots \dots$  rezystor 2:  $\Delta R_2 [\Omega] = \dots \dots \dots$
- 3) wykonać pomiary rezystancji badanych oporników omomierzem.  
Używając omomierza analogowego lub cyfrowego należy wybrać zakres pomiarowy i sprawdzić poprawność wskazań przez zwarcie zacisków przed pomiarem, zanotować wyniki pomiarów: opornik I:  $R_{ZM1} [\Omega] = \dots \dots \dots$ ; opornik II:  $R_{ZM2} [\Omega] = \dots \dots \dots$

Wyposażenie stanowiska pracy:

- oporniki, potencjometry różnej mocy, karty, informacje katalogowe oporników, potencjometrów,
- omomierze analogowy i cyfrowy.

### 4.1.4. Sprawdzenie postępów

**Czy potrafisz:**

- |  | <b>Tak</b>               | <b>Nie</b>               |
|--|--------------------------|--------------------------|
| 1) definiować pojęcia:   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| - ładunek elektryczny?   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| - pole elektryczne?  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| - pole magnetyczne?  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| - ładunek elementarny?   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 2) dokonać klasyfikacji materiałów ze względu na właściwości elektryczne?                      | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 3) zdefiniować na dwa sposoby pojęcie prądu elektrycznego?                                     | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 4) zdefiniować gęstości prądu i podać jednostkę?   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 5) zdefiniować prąd stały, zmienny, przemienny i narysować przykłady ich przebiegów czasowych? | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 6) wyjaśnić co to jest obwód elektryczny?  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 7) rozpoznać symbole rezystora, cewki, kondensatora, źródła napięcia, źródła prądu?            | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 8) zdefiniować węzeł obwodu, gałąź obwodu, oczko obwodu?                                       | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Jeżeli udzielasz odpowiedzi przeczących to konieczne jest powtórzenie materiału nauczania i ponowne wykonanie ćwiczeń. W trudnościach możesz zwrócić się o pomoc do nauczyciela.

## 4.2. Sposoby oznaczania prądów i napięć. Prawa obwodów elektrycznych prądu stałego

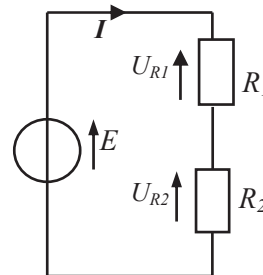
### 4.2.1. Materiał nauczania

#### Oznaczanie prądów i napięć w obwodach

Analizując zjawiska w obwodach elektrycznych należy stosować sprawdzone procedury. Jednym z działań, jest zakładanie kierunków prądów, które płyną w obwodzie. Dodatni zwrot prądu w obwodzie przyjmuje się, jako zgodny z kierunkiem ruchu ładunków dodatnich, od zacisku źródła o wyższym potencjale (+) do zacisku o potencjale niższym (-), co ilustruje rys. 4.5.

**Napięcie elektryczne** to różnica potencjałów pomiędzy punktami obwodu elektrycznego.

Podczas przepływu prądu przez rezystor o rezystancji  $R$  na zaciskach tego elementu występuje napięcie zwane też **spadkiem napięcia** lub **napięciem odbiornikowym** ( $U_R, U_{R2}$ ). Na schematach obwodów napięcia oznacza się za pomocą strzałek. **Strzałki oznaczające spadek napięcia na odbiorniku rysujemy tak, aby jej grot wskazywał punkt o wyższym potencjale** (rys. 4.5). Oznacza to, że zwrot strzałki napięcia odbiornika jest przeciwny do przyjętego zwrotu prądu. Poprawne znakowanie prądów i napięć na schematach obwodów jest jednym z podstawowych warunków poprawnej analizy obwodów elektrycznych.



Rys. 4.5. Schemat obwodu nierozgałęzionego z oznaczonym prądem i napięciami

#### Prawo Ohma

Jest to doświadczalnie stwierdzona w 1826 roku zależność pomiędzy napięciem  $U$ , rezystancją  $R$  przewodnika lub rezystora oraz płynącym prądem  $I$ .

Jeśli na przewodniku lub oporniku o rezystancji  $R$  (rys. 4.6.) występuje napięcie  $U$ , to zgodnie z prawem Ohma: „**Natężenie prądu  $I$  płynącego w przewodniku (lub oporniku) o rezystancji  $R$  jest wprost proporcjonalne do wartości napięcia  $U$ , a odwrotnie proporcjonalne do rezystancji  $R$** ”.

Można to wyrazić równaniem:

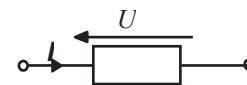
$$I = \frac{U}{R}$$

Tak zwane **uogólnione prawo Ohma** mówi, że w **obwodzie nierozgałęzionym** o większej liczbie źródeł i oporników natężenie prądu jest wprost proporcjonalne do wypadkowej wartości napięcia w obwodzie i odwrotnie proporcjonalne do sumy rezystancji w obwodzie (łącznie z oporami wewnętrznymi źródeł).

**Rezystancja  $R$  przewodnika lub opornika (rezystora) jest wielkością fizyczną zależną od rodzaju i składu chemicznego materiału przewodzącego i jest tu współczynnikiem proporcjonalności pomiędzy prądem i napięciem.**

W równaniu wyrażającym prawo Ohma jednostką rezystancji jest  $[\Omega]$  – Ohm (czytamy om).

Wartość rezystancji przewodników lub oporników zależna jest od rodzaju materiału, z którego wykonano przewodnik, od długości ( $l$ ) przewodnika oraz od powierzchni jego przekroju ( $S$ ).



Rys. 4.6. Oznaczanie napięcia i prądu rezystora

**Zależność tą można opisać równaniem:**

$$R = \rho \frac{l}{S} = \frac{l}{\gamma \cdot S},$$

gdzie:  $\rho [\Omega \cdot m]$  - rezystywność materiału, zaś  $\gamma = \frac{1}{\rho} \left[ \frac{S}{m} \right]$  - oznacza konduktywność materiału przewodzącego.

Zarówno konduktywność  $\gamma$  (oznaczana małą grecką literą „gamma”) oraz rezystywność  $\rho$  (oznaczana grecką małą literą „rho”) podawane są wśród stałych fizycznych charakteryzujących właściwości materiałów stosowanych w elektrotechnice i wyznaczane są doświadczalnie. Wartości  $\rho$  dla trzech podstawowych grup materiałów stosowanych w elektrotechnice wynoszą: dla przewodników  $\rho = (10^{-8} \div 10^{-7}) \Omega \cdot m$ ; dla izolatorów  $\rho = (10^8 \div 10^{18}) \Omega \cdot m$  oraz dla półprzewodników  $\rho = (10^{-7} \div 10^{-3}) \Omega \cdot m$ . Materiały stosowane do wykonywania przewodów charakteryzują się małą wartością rezystywności (dużą konduktywnością). Do najlepszych przewodników zalicza się srebro, miedź i złoto.

Rezystancja przewodników jest zależna od temperatury. Zależność rezystancji rezystorów od temperatury w ograniczonym zakresie temperatur można opisać równaniem:

$$R_T = R_0 [1 + \alpha(T - T_0)],$$

gdzie:

$R_0$  – rezystancja opornika w temperaturze  $T_0$ ,

$\alpha$  – współczynnik temperaturowy rezystancji materiału, wyznaczany doświadczalnie i podawany w tablicach fizycznych. Dla metali (np. Ag, Cu, Al)  $\alpha = 0,004 [1/K]$  w zakresie zmian temperatury  $\Delta T$  nie większych niż 200K. Dodatnia wartość współczynnika temperaturowego rezystancji dla metali wskazuje na to, że ich rezystywność wzrasta ze wzrostem temperatury.

Ważną wielkością elektryczną jest również konduktancja, oznaczana literą  $G$ , zwana też przewodnością:  $G = \frac{I}{R}$ .

Jednostką konduktancji jest 1 S (simens);  $1S = 1\Omega^{-1} = 1/\Omega$ , a konduktywności jest 1S/m.

### **Prawa Kirchhoffa**

W analizie (obliczeniach) obwodów elektrycznych, oprócz prawa Ohma, podstawowe znaczenie mają sformułowane w 1845 r. dwa prawa Kirchhoffa.

#### **Pierwsze prawo Kirchhoffa**

dotyczy bilansu prądów w węźle obwodu elektrycznego. Przykład węzła A, w którym zbiega się pięć gałęzi pewnego obwodu elektrycznego z prądami  $I_1 \div I_5$  przedstawiony jest na rys. 4.7.

Dla węzła obwodu można je sformułować następująco:

**„Dla każdego węzła obwodu elektrycznego suma prądów dopływających do węzła jest równa sumie prądów odpływających od węzła”.**

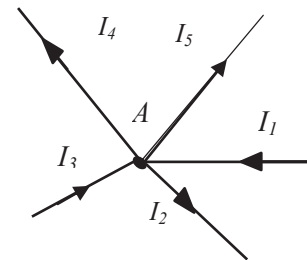
Dla węzła przedstawionego na rys. 4.7. pierwsze prawo Kirchhoffa można wyrazić równaniem:

$$I_1 + I_3 = I_2 + I_4 + I_5$$

Jeżeli wyrazy prawej strony równania przeniesiemy na lewą stronę, otrzymamy równanie:

$$I_1 - I_2 + I_3 - I_4 - I_5 = 0$$

Równanie to wyraża sumę algebraiczną prądów w węźle obwodu elektrycznego, co stanowi alternatywną treść I prawa Kirchhoffa, mówiącą, że:



**Rys. 4.7.** Węzeł obwodu elektrycznego (A) z oznaczonymi prądami w gałęziach

„Dla każdego węzła obwodu elektrycznego, algebraiczna suma prądów jest równa zeru”. Można to zapisać przy pomocy symbolu sumowania ( $\Sigma$ ).

$$\sum_{k=1}^{k=n} I_K = 0,$$

gdzie:

$k$  – wskaźnik sumowania przyjmujących wartości  $(1 \div n)$ ,

$n$  – liczba gałęzi zbiegających się w węzle obwodu.

### Drugie prawo Kirchhoffa

Dotyczy bilansu napięć w oczku obwodu elektrycznego prądu stałego i można je sformułować następująco: „W dowolnym oczku obwodu elektrycznego prądu stałego suma algebraiczna napięć źródłowych i napięć odbiornikowych występujących na rezystancjach rozpatrywanego oczka jest równa zeru”, co można wyrazić równaniem:

$$\sum_{\alpha} E_{\alpha} + \sum_{\beta} I_{\beta} \cdot R_{\beta} = 0$$

Dla zrozumienia sposobu zapisywania II prawa Kirchhoffa w postaci równania, rozpatrzmy dowolne wyodrębnione oczko obwodu elektrycznego, jak na rys. 4.8. W oczku tym, oznaczone są zwroty prądów w poszczególnych gałęziach oraz zwroty napięć na poszczególnych rezystorach (odbiornikach). Napięcia odbiornikowe, zgodnie z prawem Ohma, można zapisać jako:

$$U_1 = I_1 \cdot R_1; \quad U_2 = I_2 \cdot R_2; \quad U_3 = I_3 \cdot R_3; \quad U_4 = I_4 \cdot R_4.$$

Dla zapisania II prawa Kirchhoffa w postaci równania przyjmujemy pewien (dowolny) zwrot obiegowy oczka oznaczony strzałką wewnątrz oczka. Ten zwrot przyjmujemy za dodatni. Jeśli zwrot napięcia źródła lub odbiornika jest zgodny z tą strzałką, to te napięcia przyjmujemy jako dodatnie. Jeśli zaś zwroty napięć są przeciwne do kierunku obiegowego, to znaki napięcia źródła lub odbiornika przyjmujemy w równaniu jako ujemne. Przy takich założeniach mamy równanie:

$$E_1 - E_2 - E_3 - U_1 + U_2 - U_3 - U_4 = 0.$$

Po przeniesieniu napięć odbiornikowych na prawą stronę równania otrzymamy:

$$E_1 - E_2 - E_3 = U_1 - U_2 + U_3 + U_4.$$

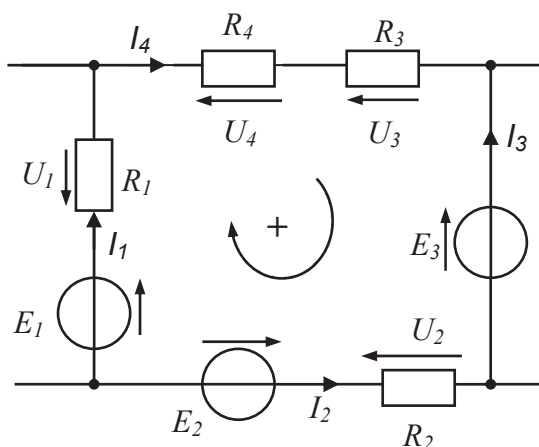
Powyższe równanie również wyraża II prawo Kirchhoffa co można sformułować następująco:

„W dowolnym oczku obwodu elektrycznego prądu stałego suma algebraiczna napięć źródłowych jest równa sumie algebraicznej napięć odbiornikowych”.

Sformułowane wyżej prawa elektrotechniki są elementarnymi prawami i ich znajomość oraz umiejętność stosowania jest konieczna w analizie obwodów elektrycznych.

### Energia prądu elektrycznego

Z obserwacji wielu urządzeń elektrycznych wynika, że prąd elektryczny może wykonywać pracę. Może to być praca mechaniczna – jak w przypadku silników elektrycznych, może to być wytwarzanie ciepła lub światła, jak w grzałce pieca lub żarówce. Zgodnie z zasadą zachowania energii oznacza to, że z poborem prądu elektrycznego przez urządzenia wiąże się dostarczanie energii elektrycznej, która może być zamieniana na inne rodzaje energii (cieplną).



Rys. 4.8. Wyodrębnione oczko obwodu elektrycznego

Można doświadczalnie udowodnić, że **wartość energii elektrycznej jest wprost proporcjonalna do napięcia, natężenia prądu i czasu jego przepływu i oznaczamy ją literą  $W$** :

$$W = U \cdot I \cdot t.$$

Jednostką energii elektrycznej jest 1 dżul (1 J)

$$[W] = [U] \cdot [I] \cdot [t] = \text{V} \cdot \text{A} \cdot \text{s} = \text{W} \cdot \text{s} = \text{J},$$

gdzie: 1 W – jednostka mocy elektrycznej (wat) 1 W = 1 V · 1 A.

Jeśli uwzględnimy opornik o rezystancji  $R$ , przez który przepływa prąd  $I$ , to korzystając z prawa Ohma energię elektryczną pobieraną przez ten element można wyrazić wzorami pochodnymi.

$$W = (IR) \cdot I \cdot t = I^2 R \cdot t$$

lub

$$W = U \cdot \left(\frac{U}{R}\right) \cdot t = \frac{U^2}{R} t$$

**1 J = 1 W · 1s** jest stosunkowo małą jednostką energii elektrycznej. Z praktyki wynika, że energia elektryczna, za którą płacimy jako odbiorcy mierzona jest przez liczniki domowe w jednostkach **kWh** (kilowatogodzinach).

$$1 \text{ kWh} = 10^3 \text{ Wh} = 10^3 \text{ W} \cdot 3600 \text{ s} = 3600000 \text{ Ws}$$

### Moc prądu elektrycznego

**Mocą prądu elektrycznego** nazywamy stosunek energii prądu elektrycznego do czasu przepływu tego prądu i oznaczamy ją przez  $P$ .

$$P = \frac{W}{t} = UI$$

Wynika stąd, że moc elektryczna równa jest iloczynowi napięcia i prądu: ( $P = U \cdot I$ ).

Korzystając z prawa Ohma możemy wyrazić moc prądu wzorami:

$$P = UI = (IR)I = I^2 R,$$

$$P = UI = U \left(\frac{U}{R}\right) = \frac{U^2}{R} = U^2 G$$

Jednostką mocy elektrycznej jest **1 Wat (1 W = 1 J/s)**.

### Szeregowe połączenie rezystorów

Układ dwóch szeregowo połączonych rezystorów  $R_1, R_2$  przedstawiony na rys. 4.9a chcemy zastąpić jednym równoważnym rezystorem  $R$ , takim, który nie zmieni wartości prądu  $I$  (rys. 4.9b). Zgodnie z II prawem Kirchhoffa możemy zapisać:

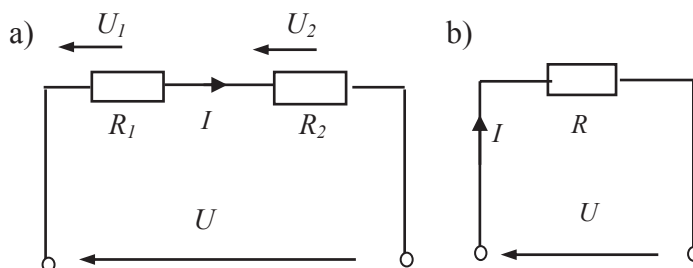
$$U = U_1 + U_2.$$

Po uwzględnieniu Prawa Ohma mamy:

$$U = IR_1 + IR_2,$$

Po podzieleniu stron równania przez  $I$  otrzymamy:

$$\frac{U}{I} = R_1 + R_2$$



**Rys. 4.9.** Szeregowe połączenie oporników (a) i opornik zastępczy (równoważny) –(b)



Po zapisaniu prawa Ohma dla rys.4.9b:  $\frac{U}{I} = R$

rezystancja zastępcza dwóch rezystorów połączonych szeregowo (rys. 4.9) równa jest:

$$R = R_1 + R_2.$$

Analogiczna zależność obowiązuje dla dowolnej liczby oporników połączonych szeregowo, należy sumować ich rezystancje. Warto zapamiętać, że **przez szeregowe łączenie oporników zawsze zwiększa się rezystancję.**

### Równoległe połączenie rezystorów (oporników)

Dla wyznaczenia rezystancji zastępczej dwóch rezystorów połączonych równoległe (rys. 4.10) posłużymy się prawem Ohma i pierwszym prawem Kirchhoffa. Prąd  $I$  w obwodzie na rys. 4.10a. musi być równy prądowi w obwodzie rys. 4.10b.

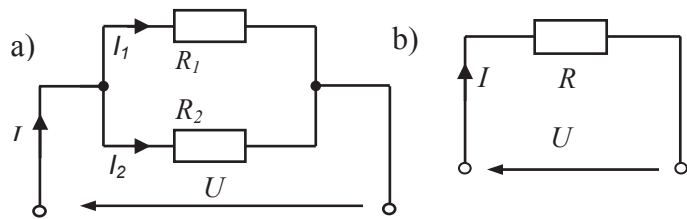
Zgodnie z I prawem Kirchhoffa prąd  $I = I_1 + I_2$ . Po uwzględnieniu prawa Ohma mamy:

$$I = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2}$$

W obwodzie rys. 4.10b:  $I = \frac{U}{R}$

Po porównaniu tych prądów otrzymamy:

$$\frac{U}{R} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2}$$



Rys. 4.10. Równoległe połączenie oporników (a) i ich opór zastępczy (b)

Po podzieleniu obu stron ostatniego równania przez  $U$  otrzymamy:  $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ , co można wyrazić:

**Odwrotność rezystancji zastępczej oporników połączonych równoległe jest równa sumie odwrotności rezystancji składowych.**

Analogicznie zasada ta obowiązuje dla dowolnej liczby rezystorów połączonych równoległe.

Po przekształceniu równania (1), dla dwóch rezystorów połączonych równoległe ich rezystancja zastępcza równa jest:

$$R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}.$$

**Przez równoległe łączenie oporników zawsze otrzymuje się mniejszą rezystancję.** Podane właściwości możemy uogólnić. Dla dowolnej liczby rezystorów prawdziwe są wzory:

- dla połączenia szeregowego:  $R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$
- dla połączenia równoległego:  $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$

Wypadkowa rezystancja dwóch rezystorów różniących się znacznie wartością rezystancji jest w przybliżeniu równa:

- dla połączenia szeregowego tych rezystorów – rezystancji o większej wartości,
- dla połączenia równoległego tych rezystorów – rezystancji o mniejszej wartości.

Rezystancja wypadkowa  $n$  rezystorów o takiej samej rezystancji  $R_1$ , połączonych równoległe ulega  $n$ - krotnemu zmniejszeniu.

Oprócz połączenia szeregowego i równoległego rezystorów można również spotkać połączenia w gwiazdę i trójkąt, o czym więcej informacji zawartych jest w literaturze pozycja [1].



## Dzielnik napięcia

**Dzielnik napięcia** jest to układ, którego napięcie wyjściowe jest podzielone w określonym stosunku względem napięcia wejściowego. Przykład rezystancyjnego dzielnika napięcia jest pokazany na rys. 4.11. Napięcie wejściowe doprowadzone jest do rezystorów  $R_1$  i  $R_2$ , natomiast wyjściowe jest równe spadkowi napięcia na rezystorze  $R_2$ .

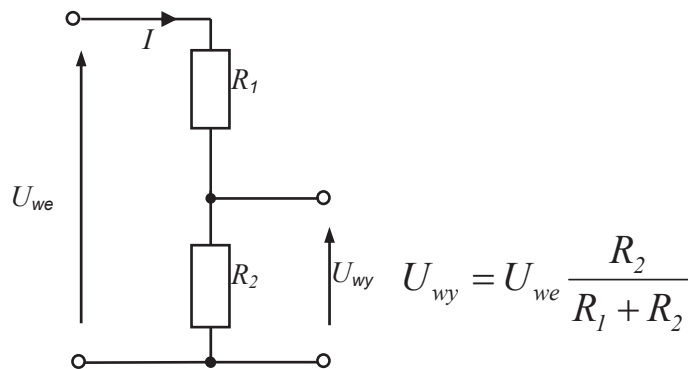
Napięcie wyjściowe  $U_{wy}$  można łatwo obliczyć. Przez oba rezystory płynie taki sam prąd  $I$  (o ile wyjście nie jest obciążone jakąś rezystancją), to na podstawie prawa

Ohma: 
$$I = \frac{U_{we}}{R_1 + R_2}$$

Prąd ten na rezystancji  $R_2$  wytwarza spadek napięcia:

$$U_{wy} = IR_2 = U_{we} \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Oznacza to, że napięcie na wyjściu stanowi część napięcia wejściowego. Dzielniki napięcia stosowane są w elektronice jako układy dopasowania lub zmiany wartości napięcia.



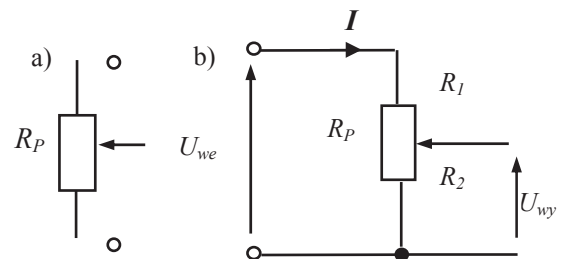
Rys. 4.11. Rezystancyjny dzielnik napięcia, nieobciążony

## Potencjometr

Potencjometr (rys. 4.12). jest to podzespół o trzech końcówkach, który **pozwalą na płynną regulację napięcia wyjściowego**. Suwak i skrajny zacisk są końcówkami wyjściowymi potencjometru. Położenie suwaka dzieli rezystancję potencjometru  $R_P$  na dwie części  $R_1$  i  $R_2$  (rys. 4.12a, b). Wartość napięcia wyjściowego zależna jest od położenia suwaka na powierzchni opornika i ma wartość:

$$U_{wy} = U_{we} \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Potencjometr jest więc dzielnikiem napięcia z możliwą płynną regulacją wartości napięcia wyjściowego. Może też spełniać rolę dzielnika napięcia lub być rezystorem o zmiennej rezystancji.



Rys. 4.12. a) Symbol potencjometru, b) schemat:  $R_P = R_1 + R_2$

## 4.2.2. Pytania sprawdzające

Odpowiadając na pytania, sprawdzisz, czy jesteś przygotowany do wykonania ćwiczeń.

1. Jakie obwody nazywamy nierozgałęzionymi i rozgałęzionymi?
2. Jakie zasady obowiązują podczas określania kierunków strzałkami prądów i napięć?
3. Jak brzmi prawo Ohma w odniesieniu do rezystora lub przewodnika?
4. Od czego zależy wartość rezystancji przewodnika?
5. Jak brzmi I i II prawo Kirchhoffa?
6. Jak zapisujemy równania wyrażające I i II prawo Kirchhoffa?
7. Jak oblicza się rezystancję zastępczą połączeń szeregowych i równoległych rezystorów?
8. Co to jest rezystancyjny dzielnik napięcia?
9. Co to jest potencjometr?

### 4.2.3. Ćwiczenia

Ćwiczenia rachunkowe 1÷7 mają na celu utrwalenie podstawowych pojęć i praw obwodów elektrycznych. Aby je wykonać powinieneś: znać materiał nauczania, wykorzystać zawarte tam prawa i wzory, rozumieć polecenia zadań. Wszelkie wątpliwości wyjaśniaj z nauczycielem.

#### Ćwiczenie 1

Prąd płynący przez świecąca żarówkę latarki kieszonkowej ma wartość  $I = 0,2 \text{ A}$ , napięcie na żarówce  $U = 3,6 \text{ V}$ . Oblicz wartość rezystancji (opór) żarówki, jej konduktancję (przewodność), moc i ilość energii pobranej w czasie 15 minut.

#### Ćwiczenie 2

Rezystancja ciała ludzkiego w najbardziej niesprzyjających warunkach wynosi  $R = 1 \text{ k}\Omega$ . Natężenie prądu, który nie wywołuje porażenia zagrażającego życiu ma wartość  $I_{\text{dop}} = 24 \text{ mA}$ . Oblicz dopuszczalną wartość napięcia, w którym nie nastąpi porażenie zagrażające życiu ludzkiemu.

#### Ćwiczenie 3

Opomik rezystancji regulowanej od  $4$  do  $100 \Omega$  przyłączono do źródła o napięciu  $U = 24 \text{ V}$ . Narysuj schemat obwodu i oblicz w jakim zakresie wartości można regulować prąd i moc wydzielaną w obwodzie?

#### Ćwiczenie 4

Oblicz średnicę, rezystancję i masę  $1 \text{ km}$  okrągłego przewodu miedzianego o przekroju  $S = 10 \text{ mm}^2$ , jeżeli gęstość miedzi  $\delta_{\text{Cu}} = 8,9 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ , a jej konduktywność  $\gamma_{\text{Cu}} = 55 \cdot 10^6 \text{ S/m}$ . Oblicz gęstość prądu, spadek napięcia na przewodzie i moc traconą przy przepływie prądu  $I = 20 \text{ A}$ .

#### Ćwiczenie 5

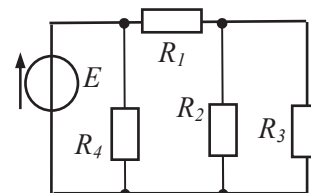
Oblicz liczbę zwojów  $N$  i długość drutu miedzianego  $L$  o średnicy  $d = 0,5 \text{ mm}$ , którym nawinięto zwojnicę na korpusie cylindrycznym (karkasie) o średnicy  $D = 20 \text{ mm}$ , długości  $l_k = 50 \text{ mm}$ . Zwoje są odizolowane, ułożone w jednej warstwie, zwoj przy zwoju. Narysuj przekrój cewki. Oblicz rezystancję drutu zwojnicy  $\gamma_{\text{Cu}} = 55 \cdot 10^6 \text{ S/m}$ .

#### Ćwiczenie 6

Rezystancja uzwojenia miedzianego w temperaturze  $T_0 = 20^\circ \text{C}$  wynosi  $200 \Omega$ . Oblicz wartość rezystancji tego uzwojenia w temperaturze  $T_1 = 120^\circ \text{C}$  oraz wartości prądu w uzwojeniu dla podanych temperatur gdy uzwojenie zasilamy napięciem  $U = 24 \text{ V}$ . Współczynnik temperaturowy zmian rezystancji miedzi wynosi  $\alpha_T = 4 \cdot 10^{-3} [1/\text{K}]$ .

#### Ćwiczenie 7

Oblicz rezystancję zastępczą obciążenia źródła  $E = 10 \text{ V}$  oraz prąd pobierany ze źródła w obwodzie, którego schemat przedstawiony jest na rys. 4.13, gdy  $R_1 = 2 \Omega$ ,  $R_2 = 6 \Omega$ ,  $R_3 = 6 \Omega$ ,  $R_4 = 5 \Omega$ .



Rys. 4.13. Źródło napięcia obciążone rezystorami

Sposób wykonania ćwiczeń

Aby wykonać ćwiczenia powinieneś:

- 1) obliczyć oporność zastępczą  $R_{23}$  równoległego połączenia oporników  $R_2$  i  $R_3$ , narysować uproszczony schemat obwodu z  $R_4$ ,  $R_1$ ,  $R_{23}$ ,
- 2) obliczyć oporność zastępczą  $R_{123}$  szeregowego połączenia  $R_1$  z  $R_{23}$ , narysować uproszczony schemat obwodu złożony z  $R_4$ ,  $R_{123}$ ,

- 3) obliczyć oporność zastępczą  $R_{4123}$  równoległego połączenia oporników  $R_4$  i  $R_{123}$ , narysować schemat przekształconego obwodu, zastosować prawo Ohma.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- literatura.

### Ćwiczenie 8

Zapoznaj się z parametrami oraz budową potencjometrów, przeprowadź pomiary rezystancji potencjometrów obrotowego i suwakowego.

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) z kart katalogowych odczytać parametry potencjometrów i zanotuj ich rezystancję znamionową  $R_N [\Omega]$ , moc znamionową  $P_N [W]$  charakterystykę regulacji (A, B, C),  
potencjometr 1:  $R_{N1} [\Omega] = \dots\dots\dots P_{N1} [W] = \dots\dots\dots$   
potencjometr 2:  $R_{N2} [\Omega] = \dots\dots\dots P_{N2} [W] = \dots\dots\dots$
- 2) naszkicować budowę, narysować symbole graficzne potencjometru, oznaczyć rozkład wyprowadzeń oraz wykonać pomiary i zanotować wartości rezystancji pomiędzy poszczególnymi jego wyprowadzeniami,
- 3) na podstawie pomiarów zaznaczyć położenie suwaka potencjometru na rysunku wyprowadzeń
- 4) do zacisków głównych podłączyć źródło napięcia stałego (kilku V), sprawdzić woltomierzem i zanotować zakres regulacji napięcia pomiędzy suwakiem i stałym zaciskiem potencjometru,
- 5) ocenić i zanotować, czy regulowane napięcie zmienia się wprost proporcjonalnie do zmiany położenia suwaka; wyniki pomiarów i obserwacji przedyskutować z nauczycielem.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- potencjometry obrotowy i suwakowy,
- karty, informacje katalogowe oporników, potencjometrów,
- omomierze analogowy i cyfrowy, źródło napięcia stałego (zasilacz).

### Ćwiczenie 9

Zbadaj słuszność II prawa Kirchhoffa w obwodzie nierozgałęzionym złożonym z szeregowo połączonych źródła napięcia stałego i dwóch oporników.

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) narysować schemat obwodu, oznaczyć elementy obwodu i zanotować ich parametry,
- 2) dla podanej wartości napięcia źródła obliczyć prąd w obwodzie i spadki napięcia na elementach,
- 3) połączyć obwód, włączyć napięcie, zmierzyć i zanotować napięcia na źródle i na opornikach,
- 4) porównać wyniki obliczeń i pomiarów, przedyskutować wyniki pracy, zanotować wnioski.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- źródło napięcia stałego (zasilacz),
- dwa oporniki,
- woltomierz analogowy lub cyfrowy.

#### 4.2.4. Sprawdzian postępów

<b>Uczeń potrafi:</b>	<b>Tak</b>	<b>Nie</b>
1) narysować symbole elementów źródłowych i odbiornikowych?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2) zdefiniować węzeł, gałąź, oczko obwodu, wskazać je na schemacie obwodu?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3) wyjaśnić zasady zaznaczania kierunku prądu i napięcia w obwodach?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4) zapisać treść i równanie wyrażające prawo Ohma?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5) wyjaśnić treść I i II prawa Kirchhoffa?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6) zapisać równania wyrażające I i II prawo Kirchhoffa dla danego schematu obwodu?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7) obliczyć rezystancję zastępczą rezystorów połączonych szeregowo i równoległe?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8) wskazać na schemacie rezystory łączone szeregowo i równoległe?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9) narysować schemat i opisać rezystancyjny dzielnika napięcia?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10) narysować symbol graficzny i omówić przeznaczenie potencjometru ?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

## 4.3. Metody obliczania obwodów elektrycznych nierozgałęzionych i obwodów rozgałęzionych. Źródła napięcia i źródła prądu

### 4.3.1. Materiał nauczania

Obliczanie (rozwiązywanie) obwodów elektrycznych polega na wyznaczeniu wartości prądów w gałęziach i napięć na elementach obwodów, których schematy połączeń oraz parametry elementów są znane. Do obliczeń rozplywu prądów w obwodach elektrycznych konieczne są:

- znajomość schematu i parametrów elementów składowych,
- znajomość i umiejętność stosowania praw elektrotechniki.
- W elektrotechnice znane są różne metody pozwalające na obliczanie prądów w gałęziach obwodów, wśród których znajdują się:
  - metoda przekształcania,
  - metoda praw Kirchhoffa,
  - superpozycji,
  - metoda prądów oczkowych,
  - metoda potencjałów węzłowych.

**Przydatność danej metody uzależniona jest od stopnia złożoności obwodu.** W opracowaniu zajmiemy się dwoma podstawowymi metodami.

#### Metoda przekształcania

Obwody z jednym źródłem energii można rozwiązywać przekształcając schemat obwodu do prostszej postaci. Przy wszelkich przekształceniach schematu obwodu obowiązuje zasada:

**Zawsze podczas zastępowania układów przez układy równoważne musi być spełniony warunek niezmienności prądów i napięć w częściach obwodu nieobjętych przekształceniami.**

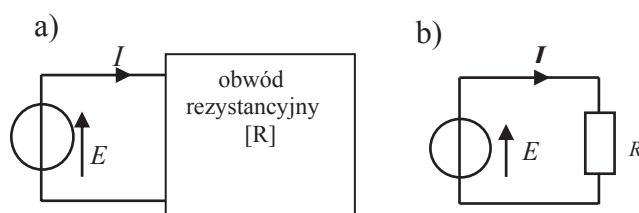
W przypadku obwodu przedstawionego na rys. 4.15a źródło  $E$  obciążone jest układem oporników. Dla wyznaczenia prądu obciążenia źródła należy część obwodu zbudowaną z rezystorów zastąpić rezystancją równoważną (**zastępczą** rys. 4.15b), wówczas prąd w obwodzie możemy obliczyć na podstawie prawa Ohma:

$$I = \frac{U}{R}$$

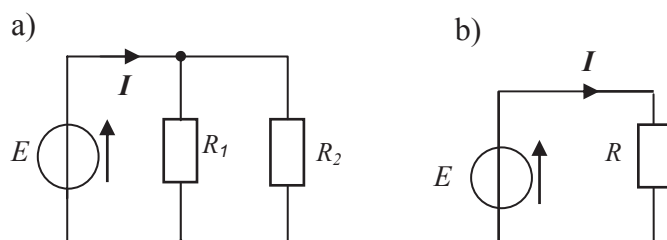
W przypadku obwodu przedstawionego na rys. 4.16a, wyznaczenie prądu pobieranego ze źródła wymaga zastąpienia oporników  $R_1$  i  $R_2$  opornikiem równoważnym.

Dla dwóch połączonych równolegle oporników rezystancję zastępczą obliczamy zgodnie z równaniem:

$$\frac{I}{R} = \frac{I}{R_1} + \frac{I}{R_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2} \Rightarrow R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

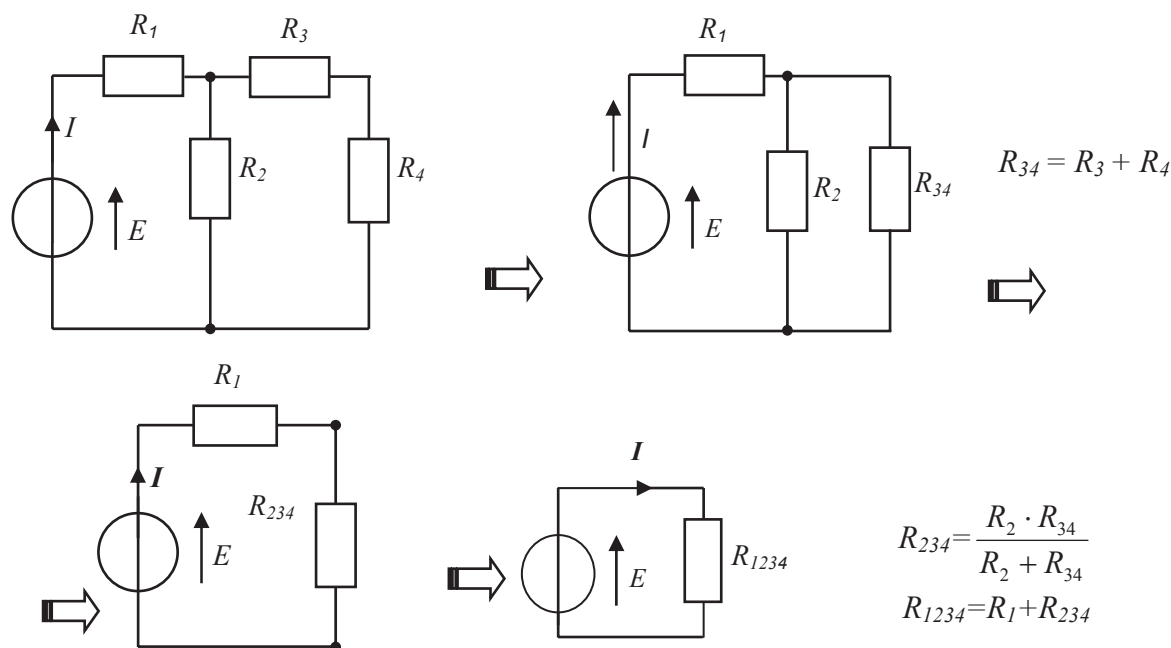


**Rys. 4.15.** a) Obwód zbudowany z rezystorów i źródła  $E$   
b) obwód równoważny po przekształceniu,



**Rys. 4.16.** Etapy przekształcania obwodu rozgałęzionego:  
a) obwód rozgałęziony przed przekształcaniem, b) obwód równoważny, po przekształceniu.

Na rys. 4.17 pokazane są kolejne etapy przekształcania obwodu rozgałęzionego do prostej postaci.



Rys. 4.17. Kolejne etapy przekształcania obwodu rozgałęzionego do nierozgałęzionego

Dla lepszego zrozumienia i nabrania wprawy należy wykonać ćwiczenia zamieszczone w następnym rozdziale.

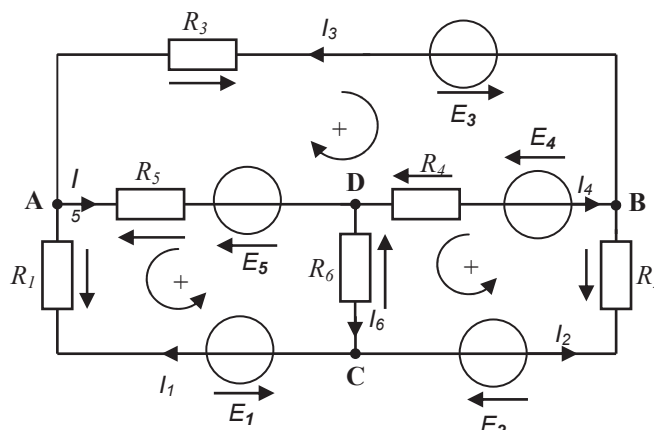
### Metoda praw Kirchhoffa

Obliczenie rozpyływu prądów w obwodzie można wykonać z zastosowaniem I i II prawa Kirchhoffa. Załóżmy, że obwód ma  $n$  gałęzi i  $k$  węzłów. **Rozwiązanie obwodu sprowadza się do wyznaczenia  $n$  niewiadomych prądów płynących w poszczególnych gałęziach, zwanych prądami gałęziowymi obwodu.** Z matematycznego punktu widzenia rozwiązanie obwodu wymaga ułożenia i rozwiązania „ $n$ ” niezależnych równań.

Na wstępie, na schemacie obwodu oznaczymy zwroty prądów gałęziowych za pomocą strzałek, których kierunki przyjmujemy zupełnie dowolnie. Jeśli bowiem przyjmieśmy niewłaściwy zwrot prądu, to po wykonaniu obliczeń okaże się, że prąd ma wartość ujemną. Gdy obwód zbudowany jest z  $n$  gałęzi, w których płynie  $n$  prądów, to należy ułożyć  $n$  równań dla wyznaczenia tych prądów.

W celu otrzymania układu  $n$  równań, układamy  $(k-1)$  równań na podstawie I prawa Kirchhoffa ( $k$ -liczba węzłów), a pozostałe  $(n-k+1)$  równań układamy na podstawie II prawa Kirchhoffa dla wszystkich niezależnych oczek obwodu. W wyniku rozwiązania tych równań otrzymuje się  $n$  wartości prądów gałęziowych (płynących w gałęziach obwodu).

Rozpatrzmy obwód, którego schemat przedstawiony jest na rys. 4.18. Po oznaczeniu zwrotów prądów gałęziowych w obwodzie i po przyjęciu kierunków obiegowych w oczkach obwodu, pamiętając o tym, że kierunek spadku napięcia jest przeciwny do przyjętego kierunku prądu,



Rys. 4.18. Przykładowy schemat dla analizy obwodu rozgałęzionego z naniesionymi oznaczeniami prądów, napięć i kierunków obiegowych oczek dla zapisu równań

możemy przystąpić do zapisania równań wyrażających prawa Kirchhoffa.

Rozpatrywany obwód ma  $k = 4$  węzły oraz  $n = 6$  gałęzi. Na podstawie I prawa Kirchhoffa układamy  $k-1 = 3$  równania dla węzłów A, B, C:

$$I_5 = I_1 + I_3,$$

$$I_4 = I_3 - I_2,$$

$$I_6 = I_1 + I_2.$$

Na podstawie II prawa Kirchhoffa mamy ( $n-k+1 = 3$ ) równań dla oczek ADCA, BDCB, ADBA:

$$R_1 \cdot I_1 + R_5 \cdot I_5 + R_6 \cdot I_6 + E_1 + E_5 = 0$$

$$-R_2 \cdot I_2 + R_4 \cdot I_4 + R_6 \cdot I_6 - E_2 + E_4 = 0$$

$$R_3 \cdot I_3 + R_4 \cdot I_4 + R_5 \cdot I_5 - E_3 + E_4 + E_5 = 0$$

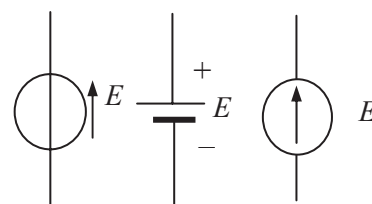
Otrzymaliśmy więc układ 6 równań z sześcioma niewiadomymi prądami. Teraz pozostaje podstawić dane (najczęściej R i E) i rozwiązać układ równań. Metoda postępowania jest tu podobna jak przy rozwiązywaniu układów mniejszej liczby równań (metodą kolejnych eliminacji prądów i podstawiania do pozostałych równań). W przypadku sześciu równań jest to zadanie dość żmudne i pracochłonne.

Powyższy schemat pozwala sprawdzić swoje umiejętności w zakresie znakowania prądów i napięć na schematach obwodów oraz układania równań na podstawie praw Kirchhoffa, co niniejszym proponuje się Czytelnikowi.

### Źródła napięciowe i źródła prądowe

**Idealne źródło napięcia** definiowane jest jako element dwukońcówkowy, na którego zaciskach zawsze utrzymuje się taka sama różnica potencjałów (napięcie) niezależnie od wartości prądu pobieranego ze źródła. Spełnienie tego warunku jest możliwe dzięki założeniu, że **idealne źródło napięcia posiada zerową rezystancję wewnętrzną**.

Napięcie, jakie występuje na zaciskach nieobciążonego źródła napięcia, nazywa się **siłą elektromotoryczną** (w skrócie SEM) źródła i często oznaczane jest literą E.



Rys. 4.19. Symbole idealnych źródeł napięcia

Niestety podobne oznaczenie stosowane jest dla natężenia pola elektrycznego.

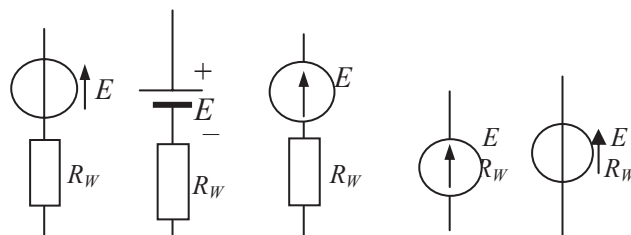
Symbole idealnych źródeł napięcia pokazane są na rys. 4.19.

**Rzeczywiste źródło napięcia** w odróżnieniu od idealnego posiada rezystancję wewnętrzną  $R_W > 0$ , którą na schemacie zastępczym reprezentuje rezystor włączony szeregowo ze źródłem idealnym. Na rys. 4.20 pokazane są symbole rzeczywistych źródeł napięcia, gdzie przedstawia się je jako szeregowe połączenie idealnego źródła napięcia oraz rezystora  $R_W$ .

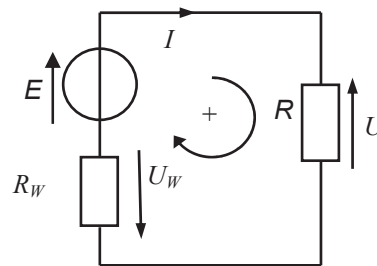
Wśród symboli na rys. 4.19 i 4.20 zamieszczony jest symbol elektrochemicznych źródeł napięcia (akumulatory, baterie- źródła elektrochemiczne).

Porównując symbole źródeł idealnych i rzeczywistych nasuwa się pytanie: jak obecność rezystancji wewnętrznej źródła wpływa na pracę obwodów elektrycznych?

O tym możemy się przekonać wykonując obliczenie napięcia na zaciskach odbiornika R połączonego do zacisków źródła



Rys. 4.20. Symbole rzeczywistych źródeł napięcia



Rys. 4.21. Rzeczywiste źródło napięcia obciążone rezystancją R



w obwodzie przedstawionym na rys. 4.21. Zgodnie z zasadami analizy obwodów możemy zapisać II prawo Kirchoffa dla oczka przedstawionego obwodu.

$$E - U_R - U_W = 0$$

Po wprowadzeniu prawa Ohma  $U_W = I \cdot R_W$  możemy zapisać, że wartość napięcia na zaciskach źródła obciążonego rezystancją  $R$  wynosi:

$$U_R = E - I \cdot R_W$$

Z równania tego wynika, że: wartość napięcia na zaciskach obciążonego poborem prądu rzeczywistego źródła napięcia, jest pomniejszona o spadek napięcia na rezystancji wewnętrznej tego źródła. Oznacza to, że **napięcie na zaciskach rzeczywistego źródła napięcia zmniejsza się wraz ze wzrostem prądu pobieranego ze źródła.**

Do źródeł napięcia stałego należą baterie i akumulatory, zasilacze sieciowe, prądnice, fotoogniwa. Powszechnie dostępnym źródłem napięcia przemiennego jest sieć energetyczna.

**Idealne źródło prądu** to element dwuzaciskowy, który wymusza w obwodzie przepływ prądu o stałym natężeniu, niezależnie od przyłączonej do jego zacisków rezystancji obciążenia. Wartość prądu źródła prądowego nazywa się wydajnością prądową źródła.

**Rzeczywiste źródło prądu** posiada konduktancję wewnętrzną dołączoną równolegle do jego zacisków, w której tracona jest część prądu wypływającego ze źródła. Symbole idealnego i rzeczywistego źródła prądu zgodnie z nową i wcześniejszą symboliką pokazane są na rys. 4.22.

Jaki jest wpływ konduktancji wewnętrznej źródła na wartość prądu płynącego w jego obciążeniu o konduktancji  $G$  dołączonym do zacisków źródła w obwodzie przedstawionym na rys. 4.23? Obliczymy to, korzystając z prawa Ohma i z I prawa Kirchoffa dla obwodu na rys. 4.23.

Prąd źródła  $I$  (zwany wydajnością prądową) rozplywa się na prądy  $I_w$  i  $I_0$ , czyli:

$$I = I_w + I_0$$

Ponieważ obydwie gałęzie z konduktancjami  $G_w$  i  $G$  połączone są równolegle, to występuje na nich jednakowe napięcie o wartości:  $U = I_w \cdot \frac{1}{G_w} = I_0 \cdot \frac{1}{G}$  (prawo Ohma)

$$U = I_w \cdot \frac{1}{G_w} = I_0 \cdot \frac{1}{G}$$

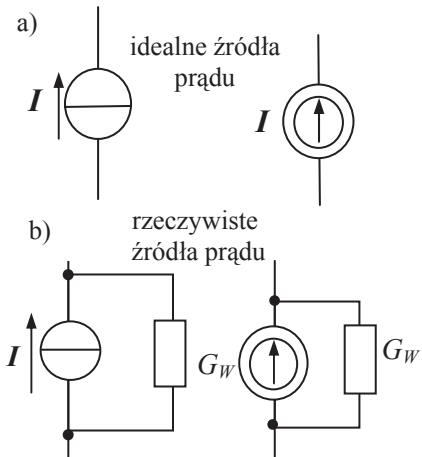
Po podstawieniu za prąd  $I_w$ , różnicy  $(I - I_0) = I_w$

$$\text{otrzymamy równanie: } (I - I_0) \frac{1}{G_w} = I_0 \cdot \frac{1}{G}$$

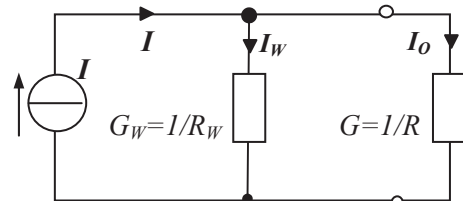
Po rozwiązaniu tego równania uzyskamy wzór wyrażający zależność wartości prądu obciążenia źródła od konduktancji wewnętrznej  $G_w$ , konduktancji obciążenia  $G$  oraz od wydajności źródła  $I$ :

$$I_0 = \frac{I}{\left(\frac{G_w}{G} + 1\right)}$$

Z równania tego wynika, że prąd obciążenia (użyteczny) źródła zależny jest od stosunku konduktancji  $\frac{G_w}{G}$ . Gdy konduktancja odbiornika  $G$  dąży do nieskończonej wielkości wartości ( $G \rightarrow \infty$ ) – zwarcie, to prąd odbiornika:  $I_0 \rightarrow I$ .



Rys. 4.22. Symbole źródeł prądu: (a) idealnego, (b) rzeczywistego



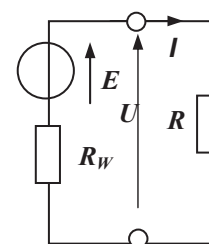
Rys. 4.23. Rzeczywiste źródło prądowe obciążone konduktancją  $G$

Oznacza to, że odbiornik otrzyma prąd równy wydajności prądowej źródła tylko wtedy, gdy jego rezystancja  $R = 0$  ( $G = \infty$ ). W innych przypadkach część prądu tracona jest w konduktancji wewnętrznej. W praktyce częściej mamy do dyspozycji źródła napięcia niż źródła prądu. W potocznym języku często myśląc o źródle napięcia mówimy „źródło prądu”, co może prowadzić do nieporozumień i dlatego zalecane jest zwracanie uwagi na właściwe znaczenie tych pojęć.

### Stan pracy rzeczywistego źródła napięcia

Wykorzystując źródła napięcia dobrze jest znać terminy, jakimi w praktyce określa się stany ich pracy.

Rys. 4.24. przedstawia schemat obwodu z rzeczywistym źródłem napięcia  $E$  o rezystancji wewnętrznej  $R_w$ , obciążonego opornikiem  $R$ .



Rys. 4.24. Rzeczywiste źródło napięcia obciążone rezystancją

W praktyce obwodów wyróżnia się następujące stany pracy źródła:

- 1. Stan obciążenia** – występuje wtedy, gdy  $I > 0$ , co oznacza, że ( $0 < R < \infty$ ). W stanie obciążenia energia pobierana jest ze źródła do odbiornika. Napięcie na zaciskach źródła obciążonego wynosi:

$$U = E - I \cdot R_w, \quad \text{czyli jest pomniejszone o spadek napięcia na oporności wewnętrznej źródła.}$$

- 2. Stan jałowy źródła** występuje, gdy  $I = 0$ , co oznacza, że  $R = \infty$ , czyli źródło nie oddaje energii (brak obciążenia).

- 3. Stan zwarcia źródła** występuje, gdy  $R = 0$ . Wówczas w obwodzie płynie prąd zwarcia o wartości  $I_{zw} = \frac{E}{R_w}$ , napięcie na zaciskach źródła wynosi wówczas  $U = I \cdot R = V$

Energia źródła tracona jest w jego oporności wewnętrznej.

Zwarcie jest najgorszym i często niszczącym dla źródła napięcia stanem jego pracy.

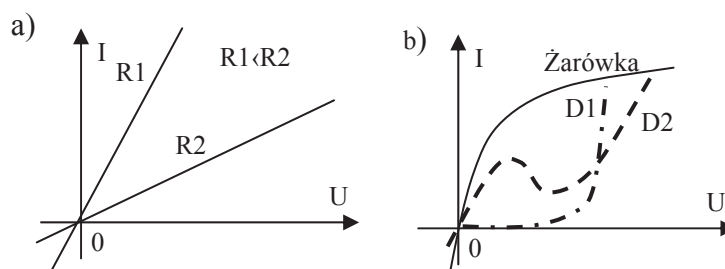
- 4. Stan dopasowania odbiornika do źródła** występuje wtedy, gdy  $R = R_w$ . W stanie dopasowania źródło dostarcza największą wartość mocy do odbiornika. Jej wartość można obliczyć analizując schemat rys. 4.24.

### Obliczanie obwodów elektrycznych z elementami nieliniowymi

Rezystory, które występują na schematach i nie są specjalnie opisywane traktujemy jako elementy liniowe (dla których zależność prądu od napięcia jest linią prostą). Graficznie własności elementów przedstawia się na wykresach zależności zwanych charakterystykami.

Przykłady charakterystyk  $I(U)$  różnych elementów pokazane są na rys. 4.25.

**Elementami nieliniowymi nazywa się podzespoły (elementy), które charakteryzują się nieliniową zależnością prądu od doprowadzonego do ich zacisków napięcia.**

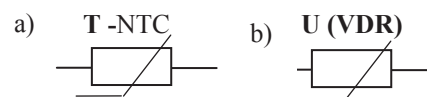


Rys. 4.25. Charakterystyki prądowo-napięciowe elementów: a) rezystorów liniowych, b) elementów nieliniowych: żarówka wolframowej i diod półprzewodnikowych: D1-prostownicza, D2-tunelowa

Z elementów nieliniowych najczęściej stosowane są:

- termistory – rezystory o rezystancji zależnej od temperatury,
- warystory – rezystory o rezystancji zależnej od napięcia, zwykle malejącej ze wzrostem napięcia,
- diody i inne podzespoły półprzewodnikowe,
- żarówki.

Symbole graficzne rezystorów nieliniowych – termistora i warystora pokazane są na rys.4.26.



Rys. 4.26. Symbol graficzne rezystorów nieliniowych: a) termistora, b) warystora

## Metody obliczania obwodów z elementami nieliniowymi

Obliczanie obwodów polega na wyznaczeniu wartości prądów i spadków napięć na elementach obwodu. W obwodach nieliniowych słuszność zachowują prawa Ohma i Kirchhoffa. Jednak metody analizy stosowane dla obwodów liniowych nie mogą być przeniesione wprost do analizy obwodów nieliniowych. Przykłady metod analizy prostych obwodów nieliniowych opisane są poniżej.

### Metoda analityczna obliczania obwodów nieliniowych

W obwodzie, którego schemat pokazany jest na rys. 4.27, gdy właściwości elementów nieliniowych opiszemy za pomocą równań opisujących funkcję zależność ich rezystancji od przepływającego prądu  $R=f(I)$ , to możliwe jest obliczenie wartości prądów i napięć po zastosowaniu prawa Kirchhoffa. Traktując tu diodę jako element o rezystancji  $R_D = f(I)$ , rezystor  $R$  jako element o stałej rezystancji niezależnej od prądu możemy napisać równanie, zgodnie z II prawem Kirchhoffa:

$$E - I \cdot R + I \cdot R_D(I) = 0$$

Równanie to jest możliwym do rozwiązania lecz będzie to równanie nieliniowe. Dodatkowym problemem jest konieczność precyzyjnego opisu właściwości elementu równaniem (funkcją)  $R_D(I)$ . W praktyce własności elementów nieliniowych przedstawia się graficznie w formie charakterystyk jako zależności  $I = f(U)$ . Wtedy wymagane jest stosowania innych metod.

**Metoda aproksymacji (przybliżenia)** oparta jest na zastąpieniu charakterystyk nieliniowych za pomocą charakterystyk odcinkowo liniowych. Metodę tą można stosować do obliczeń przybliżonych. Istotę metody wyjaśnimy na przykładzie wyznaczenia wartości prądu jaki popłynie w obwodzie z elementem nieliniowym jakim jest dioda elektroluminescencyjna (LED – z jęz. ang.). Diody LED są powszechnie stosowane jako źródła światła do sygnalizacji stanów pracy układów lub wyświetlania informacji. W ogólności dioda, jest elementem o właściwościach zależnych od kierunku napięcia dołączonego pomiędzy elektrody: anodę A i katodę K. Charakterystyki prądowo-napięciowe diody LED, rzeczywista i aproksymowana odcinkami prostej, pokazane są na rys. 4.28. Na charakterystyce aproksymowanej możemy zauważyć, że taką diodę LED możemy traktować jako element dwustanowy.

Dwa stany pracy diody to:

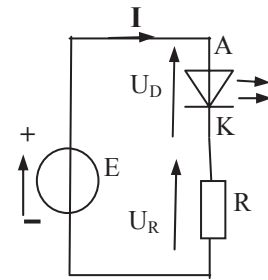
- **nieprzewodzenie**, gdy napięcie zewnętrzne na źródle  $E$  i napięcie na zaciskach diody tu przyjmie wartość  $U_D < 2V$ ; dioda zachowuje się jak przerwa w obwodzie, wtedy:  $I = 0$ ,  $U_D = E$ ,
- **przewodzenie prądu**, staje się możliwe, gdy napięcie zewnętrznego źródła  $E$  jest większe niż  $U_D = 2V$ . Wtedy możemy w przybliżeniu przyjąć, że niezależnie od wartości prądu płynącego w obwodzie napięcie na diodzie wynosi  $U_D = 2V$ .

Znany wartości SEM  $E$ , rezystancję  $R$  to zgodnie z II prawem Kirchhoffa dla obwodu z rys. 4.27 mamy równanie:

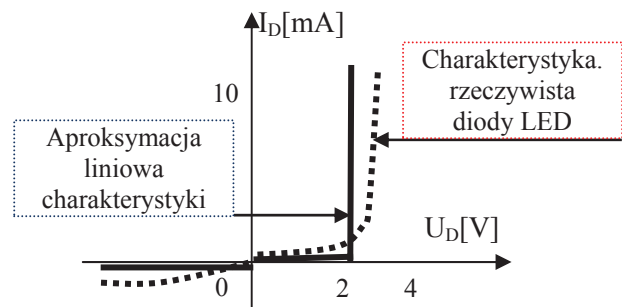
$$E - I \cdot R - U_D = 0$$

Wartość prądu diody po rozwiązaniu równania wynosi:

$$I = \frac{E - U_D}{R}$$



Rys. 4.27. Przykład obwodu nieliniowego



Rys. 4.28. Aproksymacja liniowa charakterystyki diody LED

Tak obwód został rozwiązany.

### Metoda charakterystyki zastępczej

W obwodach nierozgałęzionych z szeregowym połączeniem elementów nieliniowych lub liniowych i nieliniowych, jak na rys. 4.27, prąd w obwodzie i napięcia na elementach obwodu można wyznaczyć po narysowaniu charakterystyki zastępczej. Uzyskuje się ją sumując wartości odciętych (napięć) charakterystyk  $I(U)$  poszczególnych elementów dla ustalonych różnych wartościach prądu, co ilustruje rys. 4.29. Po narysowaniu charakterystyki wypadkowej  $(U_D+U_R)[I]$  odczytujemy wartości prądu w obwodzie dla danej wartości napięcia źródła. Po odczytaniu prądu, z charakterystyk elementów możemy odczytać wartości spadków napięć na elementach obwodu.

W obwodach nieliniowych rozgałęzionych, jak na rys. 4.30, na obydwu elementach mamy jednakowe napięcie równe wartości SEM idealnego źródła  $E$ , wartości prądów  $I_1$ ,  $I_2$  możemy odczytać wprost z charakterystyk elementów dla odciętej  $U = E$ .

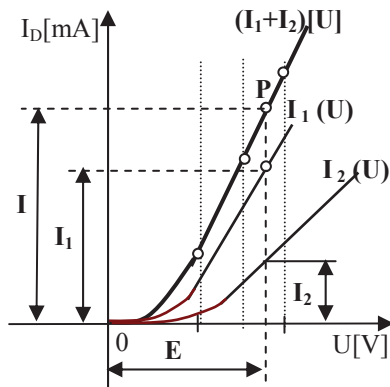
Prąd źródła  $I$  wyznaczymy z I prawa Kirchhoffa dla węzła:

$$I = I_1 + I_2$$

Możemy też posłużyć się metodą charakterystyki zastępczej dla rezystorów nieliniowych w obwodzie na rys. 4.30.

Charakterystykę zastępczą (rys. 4.31.) rysujemy sumując wartości prądów przy ustalonych, jednakowych wartościach napięć. Po narysowaniu charakterystyki zastępczej dla ustalonej wartości napięcia źródła  $E$  z punktu  $P$  możemy odczytać prąd źródła  $I$ . Na przecięciach pionowej prostej przechodzącej przez punkty  $P$  oraz

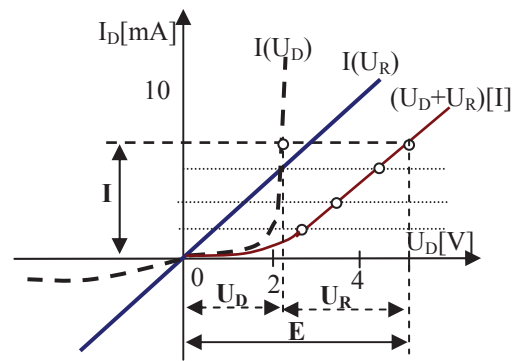
$E$  (SEM) z charakterystykami rezystorów  $R_1$  i  $R_2$  możemy odczytać wartości prądów  $I_1$ ,  $I_2$ .



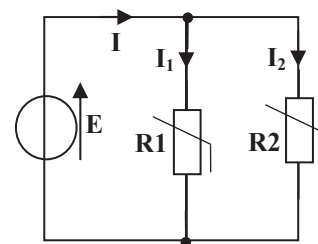
Rys. 4.31. Charakterystyki rezystorów nieliniowych i ich charakterystyka zastępcza po ich połączeniu równoległe oraz wyznaczone prądy w obwodzie zasilanym źródłem  $E$

### Metoda z przecięciem charakterystyk

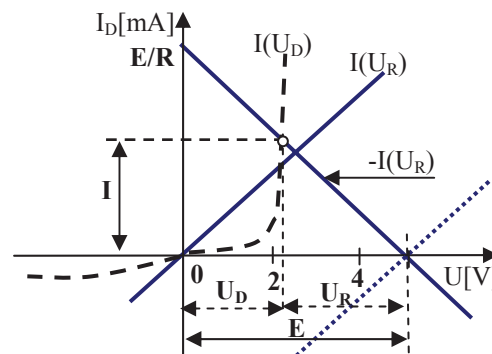
Podczas rozwiązywania obwodu złożonego ze źródła i szeregowo połączonych dwóch elementów, liniowego i nieliniowego (np. rys. 4.27), konieczne jest wykreślenie charakterystyk elementów, jak na rys. 4.32. Charakterystykę jednego z elementów (diody) rysujemy z początku układu współrzędnych, zaś drugą



Rys. 4.29. Charakterystyki rezystora, diody LED, charakterystyka zastępcza oraz wyznaczone z nich prąd i napięcia szeregowego obwodu nieliniowego



Rys. 4.30. Przykład obwodu nieliniowego rozgałęzionego



Rys. 4.32. Charakterystyki rezystora, diody LED, oraz wyznaczone metodą z przecięciem charakterystyk prąd oraz napięcia obwodu szeregowego

rezystora  $-I(U_R)$ , rysujemy przesuniętą do punktu na osi napięcia, odpowiadającemu napięciu źródła  $E$ . Następnie wykreślamy jej lustrzane odbicie względem pomocniczej prostej przechodzącej przez punkt  $E$ , prostopadłej do osi napięcia. Następnie w punkcie przecięcia charakterystyki  $I(U_D)$  i lustrzanego odbicia  $[-I(U_R)]$  odczytujemy współrzędną prądu  $I$  oraz spadki napięć  $U_D$  i  $U_R$ , pamiętając o II prawie Kirchhoffa:

$$E = U_D + U_R.$$

W obwodach z diodami lub innymi elementami półprzewodnikowymi analizę uproszczoną najłatwiej prowadzi się stosując odcinkowo–liniową aproksymację charakterystyk tych elementów (rys. 4.28) i traktuje się je z dużym przybliżeniem jako elementy liniowe w danych warunkach pracy. Zagadnienia te będą analizowane w jednostce modułowej dotyczącej działania układów elektronicznych.

### 4.3.2. Pytania sprawdzające

Odpowiadając na pytania, sprawdzisz, czy jesteś przygotowany do wykonania ćwiczeń.

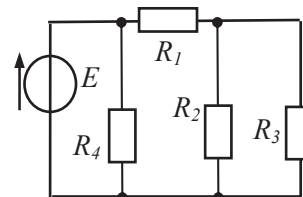
1. Jakie obwody nazywamy nierozgałęzionymi a jakie rozgałęzionymi?
2. Jakie zasady obowiązują przy oznaczaniu kierunków prądów i napięć na schematach obwodów?
3. Jak brzmi prawo Ohma dla rezystora (opornika)?
4. Jak brzmi treść I i II prawa Kirchhoffa?
5. Jak zapisujemy równania wyrażające treść I i II prawa Kirchhoffa?
6. Na czym polega rozwiązywanie obwodów elektrycznych metodą przekształcania?
7. Na czym polega rozwiązywanie obwodów elektrycznych metodą praw Kirchhoffa?
8. Czym różnią się idealne i rzeczywiste źródła napięcia i prądu?
9. Jak realizuje się stany jałowy, obciążenia, zwarcia i dopasowania źródła napięcia?
10. Jakie elementy nazywamy liniowymi i jakie nazywamy nieliniowymi?

### 4.3.3. Ćwiczenia

Ćwiczenia rachunkowe 1-7 mają na celu rozwijanie umiejętności czytania i analizowania schematów obwodów, wykonywanie obliczeń dotyczących obwodów prądu stałego. Konieczne jest tu rozumienie praw obwodów elektrycznych, rozpoznawanie sposobów połączeń elementów obwodów, przekształcanie równań.

#### Ćwiczenie 1

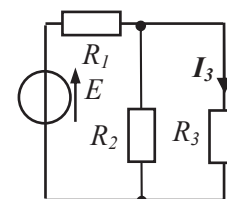
Określ wartości prądu  $I$  pobieranego ze źródła napięcia o SEM  $E=6V$ , wartości prądów płynących przez oporniki  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  oraz mocy traconej w  $R_4$  w obwodzie rys. 4.33, gdy  $R_1 = 3\Omega$ ,  $R_2 = 6\Omega$ ,  $R_3 = 6\Omega$ ,  $R_4=12\Omega$ .



Rys. 4.33. Źródło napięcia obciążone rezystorami

#### Ćwiczenie 2

Wyznacz wymaganą wartość siły elektromotorycznej  $E$  idealnego źródła napięcia w obwodzie rys. 4.34, w którym prąd rezystora  $R_3$  wyniesie  $I_3=1A$ .  $R_1= 10 \Omega$ ,  $R_2 = 30 \Omega$ ,  $R_3 = 60 \Omega$ .



Rys. 4.34. Źródło napięcia obciążone rezystorami

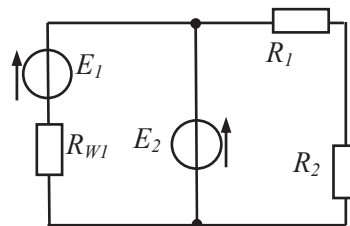
#### Ćwiczenie 3

Określ wartości prądu  $I$  pobieranego ze źródła napięcia, mocy traconej we wszystkich rezystorach, wartości prądów płynących przez oporniki  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  w obwodzie rys.4.34, gdy:  $E = 15V$ ,  $R_1=5\Omega$ ,  $R_2 =20\Omega$ ,  $R_3 =20\Omega$ .



#### Ćwiczenie 4

W obwodzie przedstawionym na rys. 4.35, stosując metodę praw Kirchhoffa oblicz wartości prądów płynących w poszczególnych gałęziach, wiedząc że:  $E_1 = 15V$ ,  $E_2 = 12V$ ,  $R_{W1} = 1\Omega$ ,  $R_1 = 15\Omega$ ,  $R_2 = 9\Omega$ .



Rys. 4.35. Schemat obwodu z dwoma źródłami napięcia

#### Ćwiczenie 5

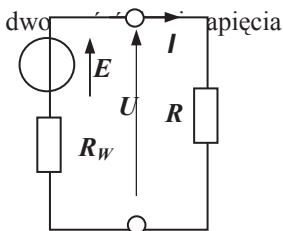
W obwodzie przedstawionym na rys. 4.35,  $E_1 = 12V$ ,  $R_{W1} = 3\Omega$ ,  $E_2 = 12V$ ,  $R_1 = 15\Omega$ ,  $R_2 = 9\Omega$ . Zwarcie uległo źródło napięcia  $E_2$ . Wartości prądu źródła  $E_1$  wynosi:

- a) 0 A, b) 0,5A, c) 4A, d) 3A?

#### Ćwiczenie 6

W obwodzie przedstawionym na rys. 4.36, gdy źródło napięcia  $E$  było nieobciążone na jego zaciskach zmierzono napięcie  $U_1 = 12,5V$ . Po obciążeniu go rezystorem  $R = 10\Omega$  napięcie na zaciskach źródła wynosiło  $U_2 = 12V$ . Prądu obciążenia i opór wewnętrzny źródła mają wartości:

- a) 1A; 0,5 $\Omega$ , b) 1,2A; 0,4 $\Omega$ , c) 2 A; 1 $\Omega$ ?



Rys. 4.36. Rzeczywiste źródło napięcia obciążone opornikiem

#### Ćwiczenie 7

Źródło napięciowe charakteryzuje się SEM  $E=24V$ ,  $R_w=0,5\Omega$  obciążono rezystancją  $R=5\Omega$ .

- Narysuj schemat obwodu i oblicz wartość napięcia na zaciskach źródła.
- Narysuj wykres zależności napięcia na zaciskach źródła od prądu obciążenia.
- Określ wartość oporu obciążenia i napięcie na zaciskach źródła, przy której w obciążeniu wydzieli się maksymalna wartość mocy.

Sposób wykonania ćwiczeń

Aby wykonać ćwiczenia powinieneś:

- 1) narysować schemat obwodu, zapisać II prawo Kirchhoffa i obliczyć prąd (lub z prawa Ohma),
- 2) z II prawa Kirchhoffa zapisać równanie dla obwodu, z którego wynika zależność  $U(I) = E - I \cdot R_w$ , którą należy wykresić jako zależność napięcia źródła od prądu obciążenia,
- 3) wśród stanów pracy źródeł odszukać warunek największej mocy dostarczanej do odbiornika i obliczyć tę moc.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- literatura.

#### Ćwiczenie 8

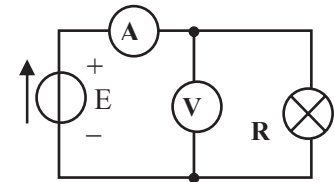
Wykonaj pomiary rezystancji opornika i żarówki metodą bezpośrednią oraz techniczną (z użyciem woltomierza i amperomierza). Dobierz wartość rezystancji opornika, który połączony szeregowo z żarówką pozwoli na włączenia żarówki do obwodu zasilanego podanym napięciem, wyższym od napięcia znamionowego żarówki.

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) wykonać pomiar rezystancji opornika liniowego  $R_N \approx 50\Omega$  i żarówki na napięciu (12 ÷ 13V, samochodowa, choinkowa), używając omomierz analogowy i cyfrowy,
- 2) wyniki pomiarów zanotować w tabeli 4.2,

$\Omega$ – analogowy	$RI =$	$R_{\text{żarówka}} =$
$\Omega$ – cyfrowy	$RI =$	$R_{\text{żarówka}} =$



**Rys. 4.37.** Schemat obwodu do pomiaru rezystancji metodą techniczną

- wykonać pomiary rezystancji żarówki metodą techniczną zmieniając wartość napięcia zasilającego od 0 do 13 V, w układzie jak na rys. 4.37; wyniki zestawić w tabeli 4.3,
- wykreślić zależności  $I(U)$ ,  $R(I)$  dla obydwu elementów; uzasadnić, czy uzyskane przebiegi to powinny być linie proste?
- zapisać przyczyny zaobserwowanych różnic w wynikach badania żarówki w punktach 1 i 2 i 3,
- dobrać wartość rezystancji opornika  $R_S$ , jaki należy połączyć szeregowo z żarówką badaną, aby możliwe było włączenie jej do obwodu o napięciu źródła  $E=24V$ ; z tabeli 4.3 odczytaj opór żarówki i prąd  $I$  dla napięcia  $U=12V$ , z II prawa Kirchhoffa wynika, że na oporniku szeregowym musi odłożyć się napięcie  $U_R = E-U$ ; z prawa Ohma  $R_S = U_R/I = \dots\dots\dots$ ,
- połączyć dobrany opornik w szereg z żarówką i sprawdzić działanie układu z napięciem  $E=24V$ .

U[V]								
$I_Z$ [A]								
$R_Z$ [ $\Omega$ ]								
$I_R$ [A]								
$R_R$ [ $\Omega$ ]								

Wyposażenie stanowiska pracy:

- zasilacz z regulacją napięcia stałego (1÷24) V,
- omomierze cyfrowy i analogowy,
- woltomierze i amperomierze cyfrowe,
- żarówki 12 V lub 13 V w oprawkach z zaciskami przyłączeniowymi,
- przewody do połączeń obwodu,
- opornik regulowany 0÷200 $\Omega$ , 1A.

#### 4.3.4. Sprawdzian postępów

**Czy potrafisz:**

- wyjaśnić co oznacza „rozwiązać obwód elektryczny” oraz wymienić informacje konieczne dla rozwiązania obwodu elektrycznego?
- wyjaśnić na czym polega rozwiązywanie obwodu elektrycznego metodą przekształcania?
- wyjaśnić istotę rozwiązywania obwodu metodą praw Kirchhoffa?
- ostrzałkować prądy i napięcia w rozwiązywanym obwodzie?
- zapisać równania wyrażające I i II prawo Kirchhoffa dla danego schematu obwodu?
- obliczyć prądy w gałęziach prostego obwodu rozgałęzionego?
- wyjaśnić, czym charakteryzują się stany pracy: jałowy, obciążenia, zwarcia i dopasowania źródeł napięcia?
- odróżnić na schemacie idealne i rzeczywiste źródła napięcia i źródło prądu
- zdefiniować element nieliniowy?
- graficznie wyznaczyć prąd w obwodzie nieliniowym nierozgałęzionym?
- narysować schemat i zmierzyć oporność elementu nieliniowego metodą techniczną?

Tak	Nie
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



## 4.4. Określanie błędu pomiaru. Błędy przyrządów pomiarowych. Przyrządy pomiarowe

### 4.4.1. Materiał nauczania

#### Rodzaje błędów pomiarowych

**Pomiar** to doświadczenie polegające na porównaniu wartości wielkości mierzonej z wartością wzorcową obraną za jednostkę. Pomiar wielkości fizycznych dokonuje się za pomocą narzędzi pomiarowych (mierników) wyskalowanych z użyciem wzorca.

Do skalowania przyrządów pomiarowych stosuje się wzorce jednostek miar. Wzorce te wykonuje się z dużą dokładnością, zgodnie z definicjami tych jednostek przyjętymi przez Polski Komitet Normalizacyjny.

Zależnie od sposobu otrzymania wyniku, pomiary dzieli się na bezpośrednie i pośrednie.

**Pomiar bezpośredni** pozwala na otrzymanie wartości mierzonej wielkości za pomocą narzędzia służącego do pomiaru danej wielkości fizycznej (pomiar temperatury za pomocą termometru lub długości za pomocą wyskalowanego liniału).

**Pomiar pośredni** polega na wyznaczeniu wartości wielkości mierzonej na podstawie pomiarów wartości innych wielkości, które są związane zależnością funkcyjną z wielkością mierzoną. Jako przykład pomiaru pośredniego możemy podać wyznaczenie rezystancji opornika, na podstawie pomiaru napięcia i prądu płynącego przez opornik, z wykorzystaniem prawa Ohma ( $R=U/I$ ).

Niedoskonałość narzędzi pomiarowych sprawia, że wynik każdego pomiaru obarczony jest błędem pomiarowym. Dla ilościowej oceny niedokładności pomiaru wprowadzono pojęcia:

- **błąd bezwzględny pomiaru** z reguły oznaczamy symbolem  $\Delta$  opatrzonym indeksem mierzonej wielkości (np.  $\Delta_U$ ) – jest to różnica pomiędzy wartością uzyskaną z pomiaru (zmierzona) –  $X_{zm}$ , a wartością poprawną (rzeczywistą) mierzonej wielkości, uzyskaną za pomocą wzorcowego narzędzia pomiarowego (można ją uważać za rzeczywistą), którą oznaczamy przez  $X_p$ .

$$\Delta_x = X_{zm} - X_p.$$

- **niepewność (błąd względny) pomiaru** – jest to wartość błędu bezwzględnego odniesiona do wartości poprawnej (stosunek błędu bezwzględnego do wartości poprawnej):

$$\delta = \frac{\Delta_x}{X_p} = \frac{X_{zm} - X_p}{X_p}.$$

Błąd względny pomiaru często wyrażany jest w procentach

$$\delta\% = \frac{\Delta_x}{X_p} 100\%.$$

Całkowite wyeliminowanie błędów pomiarowych jest niemożliwe. Wykonując pomiary powinniśmy być w stanie oszacować wartości błędów i należy zabiegać, by ich wartości były jak najmniejsze.

#### Określanie błędu pomiaru

Do pomiaru wielkości elektrycznych (prądu, napięcia, rezystancji) charakteryzujących obwody elektryczne lub poszczególne elementy tych obwodów, a także do pomiaru zmian tych wielkości w czasie oraz do pomiarów niektórych wielkości nieelektrycznych stosuje się **elektryczne przyrządy pomiarowe**.

Analizując dokładność pomiarów należy uwzględnić, że każdy przyrząd pomiarowy tego samego typu, wyprodukowany w określonej serii produkcyjnej, może podawać wynik pomiaru

obarczony inną wartością błędu, a maksymalny błąd może występować przy innej wartości wielkości mierzonej. Błąd względny przyrządu pomiarowego określa się nieco inaczej niż w ogólnym ujęciu.

Dla przyrządów tradycyjnych, wskazówkowych z elektromechanicznym ustrojem pomiarowym, błąd pomiaru wynikający z niedokładności przyrządu można wyznaczyć na podstawie podanej przez wytwórcę **klasy dokładności przyrządu** (oznaczonej skrótem **kl**). Przyjęto, że klasa przyrządu jest maksymalnym procentowym błędem względnym przyrządu, ale obliczonym nieco inaczej niż błąd względny definiowany w ogólnym ujęciu teorii błędów.

**Klasa dokładności miernika analogowego to iloraz stwierdzonego doświadczalnie maksymalnego błędu bezwzględnego przyrządów danego typu –  $\Delta_{X_m}$  i zakresu pomiarowego przyrządu. Jest to najczęściej wartość maksymalnego wskazania  $X_m$ , pomnożona przez 100 i zaokrąglona do liczby z określonego niżej szeregu.**

$$kl \approx \delta_{m\%} = \frac{\Delta_{X_m}}{X_m} \cdot 100\%.$$

Klasy dokładności przyrządów pomiarowych wyrażają się liczbami: 0,05; 0,1; 0,2; 0,5; 1; 1,5; 2,5; 5. Największą dokładność mają przyrządy klasy 0,05, a najmniejszą – klasy 5. Przyrządy klasy 0,05; 0,1; 0,2 stosuje się w laboratoriach jako wzorcowe, klasy 0,5 – do pomiarów laboratoryjnych, klasy 1 i 1,5 – do pomiarów przemysłowych, klasy 2,5 i 5 – do pomiarów orientacyjnych (przyrządy wskaźnikowe).

**Klasa dokładności jest cechą charakterystyczną miernika, ale nie określa błędu względnego każdego pomiaru.**

Błąd pojedynczego pomiaru oblicza się z uwzględnieniem klasy dokładności miernika, co ilustrują poniższe rozważania.

Jeśli przeprowadzimy pomiar napięcia analogowym przyrządem klasy 1, o zakresie pomiarowym (górną granicę skali)  $X_m = 200V$ , to maksymalny błąd bezwzględny wynikający z niedoskonałości przyrządu, zgodnie z definicją klasy dokładności można obliczyć:

$$\Delta_{X_m} = \frac{kl \cdot X_m}{100} = \frac{1 \cdot 200V}{100} = 2V.$$

Błąd względny pomiaru wartości wielkości  $X$ , gdy wynikiem pomiaru jest wartość  $X_{zm}$ , możemy oszacować ze wzoru:  $\delta_{z\%} = \frac{\Delta_{X_m}}{X_{zm}} \cdot 100\%$ .

Gdy przyrząd pomiarowy wskaże wartość napięcia 200V, błąd ten wynosi:

$$\delta_{z\%} = \frac{2V}{200V} \cdot 100\% = 1,0\%,$$

a gdy miernik wskaże 50V, wówczas błąd względny tego pomiaru wynosi:

$$\delta_{z\%} = \frac{2V}{50V} \cdot 100\% = 4\%.$$

Z porównania wartości błędów pomiaru napięć o wartościach 200V i 50V wynika wniosek i zalecenie: **podczas pomiarów należy dobierać wartości zakresów pomiarowych mierników możliwie zbliżone do wartości wielkości mierzonej** – wówczas błąd pomiaru jest niewiele większy od klasy dokładności miernika.

Stosuje się mierniki:

- z odczytem wskazówkowym, zwane miernikami analogowymi, w których wartość wielkości mierzonej wskazywana jest za pomocą wskazówki mechanicznej lub świetlnej,

- z odczytem cyfrowym, zwane miernikami cyfrowymi, w których informacja o wartości wielkości mierzonej jest przedstawiona w postaci uporządkowanego zbioru cyfr na wyświetlaczu, wskazujących bezpośrednio wartość liczbową wielkości mierzonej.

Wskazania mierników analogowych lub cyfrowych są odczytywane bezpośrednio przez obserwatora, ale mogą też być rejestrowane (przez komputer).

### Elektromechaniczne przyrządy pomiarowe

Głównym podzespołem miernika elektromechanicznego miernika jest **ustrój pomiarowy**, w którym wielkości mierzone są przetwarzane na mechaniczne przemieszczenie organu ruchomego, z którym połączona jest wskazówka miernika. W urządzeniach tych jest wytwarzany moment napędowy sił proporcjonalny do wartości wielkości mierzonej. Moment ten porównywany jest z momentem zwrotnym, wytworzonym najczęściej przez sprężynę spiralną.

Z urządzeń pomiarowych elektromechanicznych wykorzystywanych do pomiarów w obwodach prądu stałego najczęściej stosowane są urządzenia **magnetoelektryczne**.

**Ustrój magnetoelektryczny** (rys. 4.38) składa się z magnesu trwałego (1), z umocowanej na osi ruchomej, prostokątnej cewki (2), rdzenia ferromagnetycznego (3), spiralnych sprężynek doprowadzających prąd do cewki (4), nabiegowników magnesu (5). Moment napędowy powodujący obrót cewki powstaje dzięki oddziaływaniu siły elektrodynamicznej. Pole magnesu (1) oddziałuje na uzwojenie prostokątnej cewki (2) wykonanej z cienkiego drutu miedzianego, przez którą przepływa prąd stały. Prąd do cewki przepływa przez dwie spiralne sprężyny (4), które wytwarzają jednocześnie moment zwrotny dla organu ruchomego (cewka, oś, wskazówka).

Jeżeli przez uzwojenie ruchomej cewki popłynie prąd, to odchyli się ona od pierwotnego położenia w wyniku działania sił elektrodynamicznych, powodujących powstanie obrotowego momentu napędowego. **Kąt obrotu cewki jest proporcjonalny do prądu w cewce:**

$$\alpha = c I$$

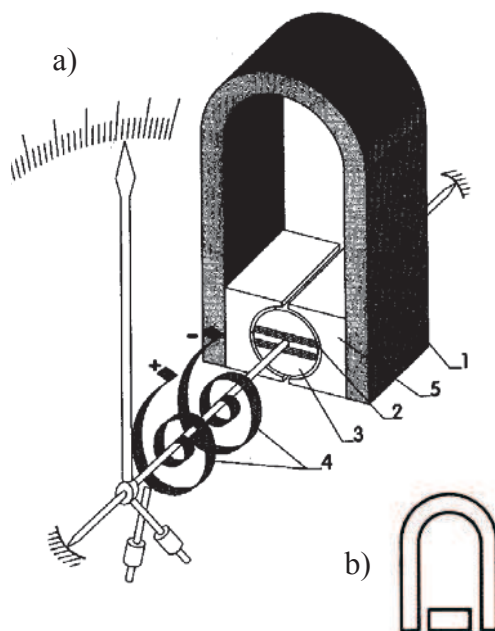
Wskazanie miernika określa równość przeciwnie skierowanych momentu napędowego i momentu zwrotnego sprężynki. Wartość momentu zwrotnego wywołanego przez sprężynki jest proporcjonalna do kąta ich skręcania spowodowanego obrotem cewki ruchomej. Kierunek wychylenia wskazówki zależy od zwrotu prądu płynącego przez cewkę, dlatego zaciski tego typu urządzenia oraz mierników mają oznaczoną biegunowość. Dla rozpoznawania rodzaju urządzenia pomiarowego miernika na podziałkach umieszcza się symbole urządzeń. Symbol graficzny urządzenia magnetoelektrycznego z ruchomą cewką pokazany jest na rys. 4.38b.

### Amperomierze magnetoelektryczne

Najprostszymi miernikami magnetoelektrycznymi są **amperomierze bezpośrednie**, w których mierzony prąd płynie przez urządzenie i amperomierz bezpośredni nie wymaga dodatkowego układu pomiarowego. Zakres pomiarowy takich amperomierzy jest ograniczony do 500 mA, ze względu na sprężynki spiralne (powiększenie ich przekroju dla większych prądów jest niecelowe, gdyż szybciej od przekroju zwiększa się moment zwrotny, wynikający ze wzrostu „twardości” sprężyn).

Do pomiaru natężenia prądu o wartości większej niż 500 mA stosuje się **amperomierze, w których układ włączono rezystor bocznikowy**. Rezystor bocznikowy  $R_B$  charakteryzuje się

„Projekt współfinansowany ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego”

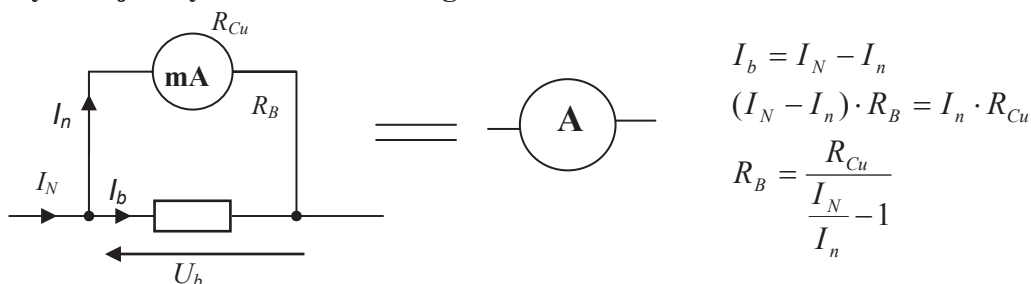


**Rys. 4.38.** Ustrój magnetoelektryczny o ruchomej cewce a) i jego symbol graficzny b) [2]

stosunkowo małą rezystancją w porównaniu z rezystancją ustroju pomiarowego  $R_{Cu}$ . Rys. 4.38 przedstawia schemat układu takiego amperomierza. W układzie tym, większość prądu mierzonego przepływa przez bocznicę. Spadek napięcia na boczniku, który powinien być jak najmniejszy, wymusza przepływ prądu przez urządzenie pomiarowe. Wartość prądu w urządzeniu jest wprost proporcjonalna do prądu w boczniku.

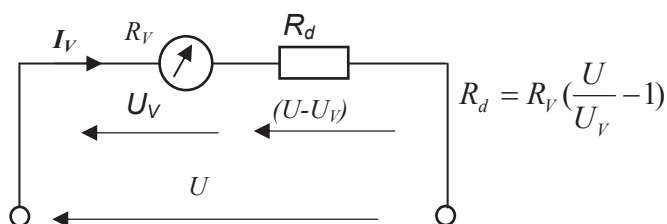
Wzór pozwalający na obliczenie rezystancji bocznika do amperomierza o zakresie pomiarowym  $I_N$ , z wykorzystaniem ustroju pomiarowego (miliamperomierza) o zakresie pomiarowym  $I_n$  i rezystancji uzwojenia  $R_{Cu}$  można łatwo wyprowadzić i jest on przedstawiony obok schematu amperomierza.

**Zmiana zakresu pomiarowego amperomierza z bocznikiem sprowadza się do zmiany wartości rezystancji rezystora bocznikowego.**



Rys. 4.39. Układ amperomierza z bocznikiem pomiarowym  $R_B$

**Boczniki** mogą być **wewnętrzne** – umieszczone wewnątrz miernika, stanowiące z nim konstrukcyjną całość lub **zewnętrzne** – przyłączone do przyrządu. Boczniki wykonuje się z prętów lub blach manganinowych<sup>3</sup>.



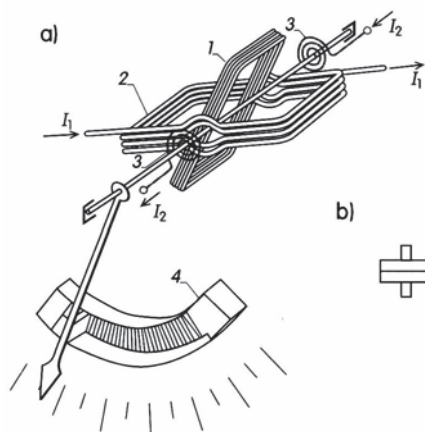
Rys. 4.40. Układ woltomierza z rozszerzonym zakresem pomiarowym

**Woltomierz magnetoelektryczny** składa się z ustroju pomiarowego oraz dodatkowych elementów układu pomiarowego; w najprostszym przypadku to szeregowy rezystor  $R_d$  (rys. 4.40).

Pod wpływem mierzonego napięcia  $U$  przez urządzenie woltomierza płynie prąd  $I_V$  powodując wychylenie się organu ruchomego proporcjonalnie do wartości mierzonego napięcia  $U$ . Przyrząd jest wyskalowany bezpośrednio w woltach. **Zmiana zakresu pomiarowego woltomierza sprowadza się do zmiany wartości szeregowego, dodatkowego rezystora, zwanego posobnikiem.**

Ważnym parametrem jakości woltomierzy jest ich jednostkowa oporność wewnętrzna, podawana w  $[k\Omega/V]$ . Oporność ta powinna być jak największa. Wówczas woltomierz pobiera nieznaczny prąd i nie wprowadza dodatkowych błędów z powodu zmiany rozprywu prądów w obwodzie.

Zarówno woltomierze jak i amperomierze magnetoelektryczne wchodzi często w skład konstrukcji uniwersalnych, wielofunkcyjnych mierników, zwanych multimetrami.



Rys. 4.41. Przyrząd elektrodynamiczny: a) zasada budowy, b) symbol graficzny, 1 – cewka ruchoma, 2 – cewka nieruchoma, 3 – sprężyny doprowadzające prąd do cewki, 4 – tłumik wahań organu ruchomego [3]

## Mierniki elektrodynamiczne i ferrodynamiczne

Ustroje pomiarowe elektrodynamiczne i ferrodynamiczne są stosunkowo szeroko rozpowszechnione głównie w układach mierników do pomiaru mocy prądu elektrycznego. Ze względu na zasadę działania mogą pracować zarówno w obwodach prądu stałego jak i przemiennego.

Zasada działania mierników elektrodynamicznych oparta jest na zjawisku elektrodynamicznego oddziaływania dwóch przewodów z prądem elektrycznym.

W ustroju miernika, przedstawionym na rys. 4.41, równoległe przewody zastąpione są przez boki cewki nieruchomej (2) i cewki ruchomej (1). Cewka ruchoma osadzona jest na osi, do której przytwierdzona jest wskazówka. Podczas przepływu przez cewki prądów  $I_1$ ,  $I_2$  powstają siły oddziaływania elektrodynamicznego pomiędzy bokami cewek, w wyniku których następuje odchylenie cewki ruchomej o kąt

$$\alpha = c \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi.$$

Oznacza to, że kąt odchylenia organu ruchomego jest proporcjonalny do wartości iloczynu prądów płynących w cewce ruchomej oraz w cewce nieruchomej i kąta przesunięcia fazowego pomiędzy prądami. Ustrój ten, dokonuje mnożenia dwóch prądów, przetwarzając ten iloczyn na proporcjonalną wartość kąta odchylenia organu ruchomego.

Większą czułością na prądy w cewkach oraz mniejszą wrażliwością na obce pola magnetyczne niż ustroje elektrodynamiczne charakteryzują się ustroje ferrodynamiczne wyposażone w rdzeń ferromagnetyczny, na którym nawinięte jest uzwojenie nieruchome.

Z tego względu, że ustroje te dokonują mnożenia dwóch prądów, znajdują one zastosowanie w układach mierników mocy czynnej zwanych watomierzami.

### Watomierze elektrodynamiczne i ferrodynamiczne

stosuje się do pomiarów mocy prądu elektrycznego. Częściej jednak wykorzystuje się w obwodach prądu przemiennego. Schemat wewnętrznego układu watomierza pokazany jest na rys. 4.42.

Prąd zasilający odbiornik oznaczony jako  $I_1$  przepływa przez cewkę nieruchomą nawiniętą grubym drutem o małej liczbie zwojów. Przez cewkę ruchomą połączoną szeregowo z rezystorem  $R_d$  przepływa prąd o wartości proporcjonalnej do napięcia zasilającego  $U$ .

Wartość rezystancji  $R_d$  dobiera się zgodnie z ilustrowaną na rys. 4.40 zasadą poszerzania zakresu pomiarowego woltomierzy. **Odchylenie organu ruchomego watomierza jest wprost proporcjonalne do wartości mocy czynnej pobieranej przez odbiornik.**

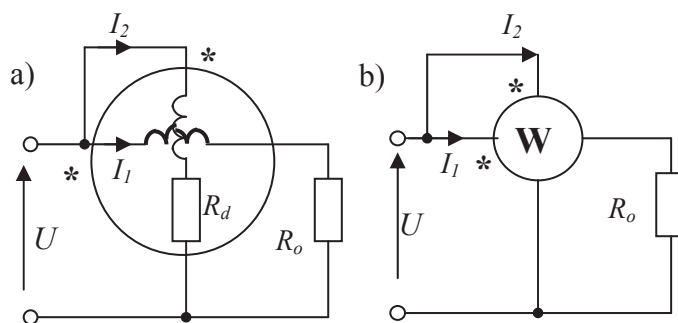
Dla ustalenia właściwych kierunków prądów w cewkach na obudowie watomierza elektro- lub ferrodynamicznego oznacza się początki uzwojeń obwodu prądowego oraz obwodu napięciowego za pomocą kropek lub gwiazdek (rys. 4.42b).

Opisane tu ustroje i mierniki to tylko przykłady licznej grupy ustrojów pomiarowych, które zastępowane są przez przyrządy elektroniczne.

### Elektroniczne przyrządy pomiarowe

Elektroniczne przyrządy pomiarowe można podzielić na dwie zasadnicze grupy:

- mierniki z odczytem analogowym, zwane elektronicznymi miernikami analogowymi
- wartość wielkości mierzonej wskazywana jest na podziałce elektromechanicznego ustroju pomiarowego (magnetoelektrycznego),



Rys. 4.42. a) Schemat watomierza elektro- lub ferrodynamicznego, b) symbol watomierza i sposób jego włączania



- mierniki z odczytem cyfrowym – wynik pomiaru zwykle wyświetlany jest w postaci dziesiętnej liczby jednostek miary danej wielkości na cyfrowym polu odczytowym.

Wśród mierników elektronicznych można spotkać takie, które łączą cechy budowy i działania mierników analogowych i cyfrowych. Wartość wielkości mierzonej jest w nich wyświetlana na wyświetlaczu imitującym działanie wskaźnika analogowego, lecz proces obróbki wielkości mierzonej odbywa się w układach cyfrowych.

Rozwój technologii podzespołów i układów elektronicznych sprawił, że mierniki elektromechaniczne są zastępowane przez mierniki elektroniczne z odczytem cyfrowym. Mierniki cyfrowe nie zawierają delikatnych ruchomych elementów mechanicznych, co czyni bardziej niezawodnymi, ułatwia odczyt oraz eliminuje błędy, które łatwiej popełnia się stosując przyrządy wskazówkowe.

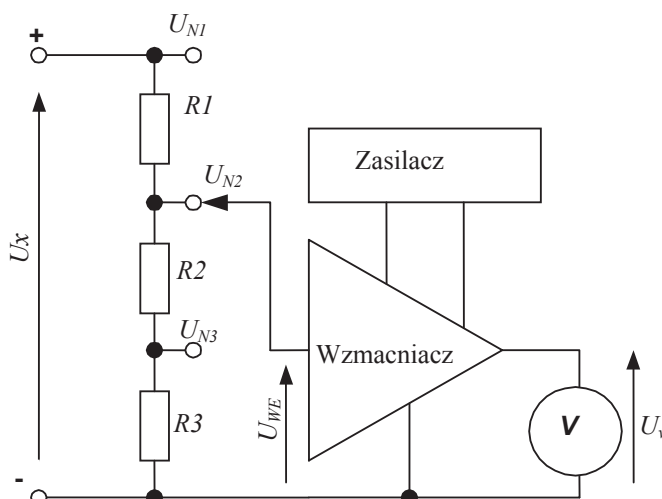
**Wielkość fizyczną nazywamy analogową**, gdy zmienia ona swoją wartość w sposób ciągły, może przyjmować nieskończenie wiele wartości.

**Wielkość lub sygnał nazywa się cyfrowym** wtedy, gdy przyjmuje on skończoną liczbę wartości. W systemach dwójkowych są to dwie wartości, określane jako „zero” oraz „jedyneką” logiczna.

Uproszczony schemat elektronicznego trzyzakresowego woltomierza analogowego napięcia stałego pokazany jest na rys. 4.43. W układzie tym, napięcie mierzone  $U_x$  wprowadzane jest na regulowany dzielnik rezystancyjny, który pozwala na zmianę zakresu pomiarowego:  $U_{N1}$  – najniższy zakres pomiarowy,  $U_{N3}$  – najwyższy zakres pomiarowy. Napięcie wyjściowe dzielnika wzmacniane jest przez wzmacniacz do poziomu koniecznego dla wysterowania miernika wskazówkowego, na którym odczytuje się wartość napięcia mierzonego.

Woltomierz elektroniczny różni się od woltomierza elektromechanicznego tym, że jego rezystancja wewnętrzna jest stała dla różnych wartości zakresów pomiarowych. W przypadku woltomierza rys. 4.40 zmienia się ona wraz ze zmianą opornika dodatkowego  $R_d$ .

Układ przedstawiony na rysunku 4.43 można łatwo przebudować na amperomierz, jeśli zamiast dzielnika napięcia wstawimy bocznik prądowy, jak np. na rys. 4.39.



Rys. 4.43. Schemat poglądowy elektronicznego woltomierza analogowego

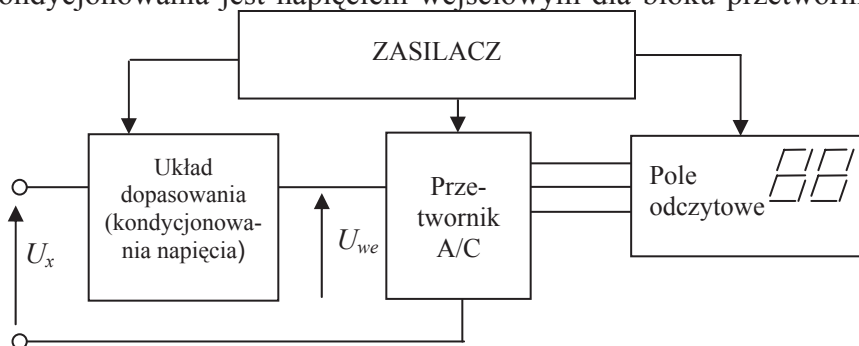
Spadek napięcia powstający na boczniku równy:  $U_{we} = I \cdot R_b$ , a po wzmocnieniu odczytywany jest na woltomierzu dołączonym do wyjścia wzmacniacza i jest miarą wartości prądu przepływającego przez bocznik.

### Mierniki elektroniczne cyfrowe

W praktyce pomiarowej najczęściej spotykamy się z uniwersalnymi wielofunkcyjnymi miernikami analogowymi i cyfrowymi, które nazywa się multimetrami. Współczesne mierniki cyfrowe to bardzo liczna grupa przyrządów pomiarowych o bardzo zróżnicowanych konstrukcjach, możliwościach pomiarowych, dokładności, łatwości obsługi i wielu innych cechach eksploatacyjnych.

Współczesne multimetry cyfrowe przystosowane są do pomiarów prądów i napięć stałych i przemiennych, rezystancji, pojemności kondensatorów, temperatury i innych wielkości. Mogą też spełniać rolę źródła sygnałów testujących, posiadać możliwość przekazywania wyników

pomiaru do komputera, automatycznie zmieniać zakresy pomiarowe. Oznacza to, że struktura takiego układu elektronicznego jest bardzo złożona i czasami określa się je mianem inteligentnych układów pomiarowych. Uproszczony schemat blokowy woltomierza cyfrowego pokazany jest na rys. 4.44. Napięcie mierzone  $U_x$  doprowadzane jest do układu dopasowania (kondycjonowania) sygnału, który można wyobrazić sobie jako dzielnik wejściowy i wzmacniacz jak na rys. 4.43. Napięcie wyjściowe układu kondycjonowania jest napięciem wejściowym dla bloku przetwornika napięcia z postaci analogowej na postać cyfrową, zwaną dyskretną (przetwornik A/C). Na wyjściu przetwornika A/C otrzymuje się skończoną liczbę wartości liczb, które odpowiadają nieskończonej liczbie wartości napięcia  $U_{we}$ . W przypadku dwucyfrowego pola odczytowego tych liczb nie może być więcej niż 100 (liczby od 0 do 99).



Rys. 4.44. Schemat poglądowy elektronicznego woltomierza cyfrowego

#### 4.4.2. Pytania sprawdzające

Odpowiadając na pytania, sprawdzisz, czy jesteś przygotowany do wykonania ćwiczeń.

1. Co rozumiesz przez pomiar bezpośredni oraz pośredni?
2. Co to jest błąd bezwzględny?
3. Co to jest błąd względny?
4. Co to jest klasa dokładności miernika analogowego?
5. Jakie mierniki nazywamy analogowymi, a jakie cyfrowymi?
6. Jak zbudowany jest magnetoelektryczny ustrój pomiarowy?
7. Jak zbudowany jest woltomierz magnetoelektryczny?
8. Jak zmienia się zakres pomiarowy amperomierza magnetoelektrycznego?
9. Jak zmienia się zakres pomiarowy woltomierza magnetoelektrycznego?
10. Jak zbudowany jest ustrój elektrodynamiczny?
11. Jak zbudowany jest watomierz elektrodynamiczny?
12. Jakie podzespoły wchodzi w skład woltomierzy elektronicznych analogowych?
13. Jakie podzespoły wchodzi w skład woltomierzy cyfrowych?

#### 4.4.3. Ćwiczenia

##### Ćwiczenie 1

Wykonano dwa pomiary napięcia analogowym woltomierzem o zakresie pomiarowym (górnej granicy skali)  $U_N = 200V$  i o klasie dokładności  $=1$ . Na podziałce miernika odczytano dwie wartości napięcia: a)  $U_1 = 50V$ , b)  $U_2 = 150V$ . Który z pomiarów obarczony jest mniejszym błędem?

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś korzystając z definicji klasy dokładności obliczyć wartości maksymalne błędu bezwzględnego i błędu względnego jakimi obarczone są obydwa wyniki pomiarów.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- literatura.



## Ćwiczenie 2

Wykonano pomiary tego samego napięcia dwoma woltomierzami analogowymi o jednakowych zakresach pomiarowych:

- a) woltomierzem klasy 1 - na podziałce miernika odczytano napięcie  $U_a = 50V$ ,
- b) woltomierzem klasy 0,2 - na podziałce miernika odczytano napięcie  $U_b = 50,9V$ ,

Oblicz wartości błędu bezwzględnego i błędu względnego, jakimi obarczony jest wynik pomiaru z punktu a.

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- woltomierz klasy 0,2 potraktować jako wzorcowy i skorzystać z definicji błędów.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- literatura.

## Ćwiczenie 3

Oblicz rezystancję opornika dodatkowego niezbędnego do rozszerzenia zakresu pomiarowego woltomierza o zakresie pomiarowym  $U_N = 100V$ , o rezystancji jednostkowej  $r_v = 20k\Omega/V$  dla uzyskania zakresu pomiarowego wartości  $U_{N1} = 500V$ .

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) narysować symbol i schemat układu woltomierza przed i po zmianie zakresu pomiarowego,
- 2) skorzystać z właściwego wzoru lub obliczyć oporność woltomierza przed zmianą zakresu:  $R_{V1} = U_N \cdot r_v$ , obliczyć prąd pobierany przez ten miernik, przyjąć ten prąd dla nowego zakresu,
- 3) obliczyć z prawa Ohma oporność zmodyfikowanego woltomierza i jego opornika dodatkowego,

Wyposażenie stanowiska pracy:

- literatura.

## Ćwiczenie 4

Mamy miliamperomierz o zakresie pomiarowym  $I_N = 1 \text{ mA}$  i o rezystancji uzwojenia  $R_{cu} = 100\Omega$ . Oblicz wymaganą wartość rezystancji bocznika pomiarowego jaki należy zastosować w układzie dla rozszerzenia zakresu pomiarowego amperomierza do pomiaru prądu  $I_{N1} = 10 \text{ A}$ . Oblicz spadek napięcia na amperomierzu podczas pomiaru prądu  $I_{N1} = 10A$ .

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) narysować symbol i schemat amperomierza przed i po zmianie zakresu pomiarowego,
- 2) skorzystać z wzoru na obliczanie oporności bocznika lub wyprowadzić go,
- 3) z prawa Ohma obliczyć spadki napięcia na miliamperomierzu i amperomierzu.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- literatura.

## Ćwiczenie 5

Zapoznaj się z budową i parametrami mierników analogowych i cyfrowych używanych do pomiarów prądów i napięć.

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) odczytać i zanotować parametry katalogowe wybranych mierników:
  - budowa (analogowy czy cyfrowy), wielkości mierzone i zakresy pomiarowe, dokładność,
  - oznaczenia na skalach i ich znaczenie w przypadku mierników analogowych,
- 2) z użyciem omomierza zmierzyć i zanotować wartości rezystancji woltomierza i amperomierza,  $R_A = \dots\dots\dots$   $R_V = \dots\dots\dots$ ,
- 3) zmierzyć i zanotować wartości napięcia na otwartym i prądu na zwartym przez miliamperomierz wyjściu omomierza:  $U = \dots\dots\dots$  ,  $I_{ZW} = \dots\dots\dots$

Wyposażenie stanowiska pracy:

- omomierze cyfrowe i analogowe, ich instrukcje obsługi, karty katalogowe,
- woltomierze, amperomierze analogowe i cyfrowe i ich instrukcje obsługi, karty katalogowe.

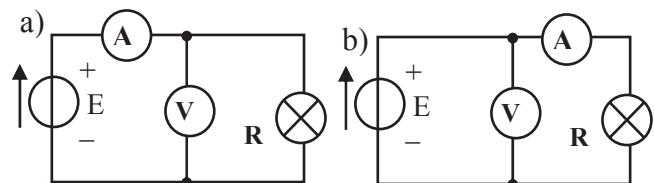
## Ćwiczenie 6

Wykonaj pomiary rezystancji żarówki metodą techniczną dla dwóch sposobów włączenia mierników jak na rys. 4.45. Oszacuj wartość różnicy oporu spowodowaną różnym sposobem włączenia mierników.

Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) wykonać pomiary rezystancji żarówki metodą techniczną nie zmieniając wartości napięcia zasilającego  $E=12V$ , w układach jak na rys. 4.45 wyniki zestawień w tabeli 4.4.
- 2) obliczyć różnice wskazań mierników:  $\Delta I = I_a - I_b = \dots\dots\dots$ ,  $\Delta U = U_a - U_b = \dots\dots\dots$ ,
- 3) znaleźć i zapisać przyczyny różnic w wynikach pomiarów prądu i napięcia w układach 4.45a, b,
- 4) z prawa Ohma obliczyć wartość odchyłki- błędu bezwzględnego pomiaru oporności żarówki spowodowanego spadkiem napięcia na amperomierzu:  $\Delta R = \Delta U / I_b = \dots\dots$



Rys. 4.45. Schematy obwodów do pomiaru rezystancji metodą techniczną

Układ		Rys. 4.45a	Rys. 4.45b
U	V		
I	A		
$R=U/I$	$\Omega$		

Wyposażenie stanowiska pracy :

- zasilacz z regulacją napięcia stałego (1÷24) V,
- woltomierze, amperomierze,
- żarówki 12 V lub 13 V w oprawkach z zaciskami przyłączeniowymi, przewody do połączeń.

#### 4.4.4. Sprawdzian postępów

Czy potrafisz:	Tak	Nie
1) zdefiniować pomiar bezpośredni i pośredni?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2) zdefiniować błąd bezwzględny pomiaru?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3) zdefiniować niepewność (błąd względny) pomiaru?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4) zdefiniować klasę dokładności miernika analogowego?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5) wyjaśnić różnice pomiędzy miernikiem analogowym a cyfrowym?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6) wyjaśnić zasadę działania ustroju magnetoelektrycznego?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7) narysować schematy woltomierza magnetoelektrycznego?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8) narysować schematy amperomierza magnetoelektrycznego?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9) wyjaśnić, jak zmienia się zakresy pomiarowe mierników magnetoelektrycznych?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10) wyjaśnić budowę i działanie ustroju elektrodynamicznego?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
11) wyjaśnić budowę watomierza elektrodynamicznego?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
12) wyjaśnić budowę woltomierza elektronicznego analogowego?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
13) wyjaśnić budowę woltomierza elektronicznego cyfrowego?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

## 4.5. Pomiary wielkości charakteryzujących obwody prądu stałego

### 4.5.1. Materiał nauczania

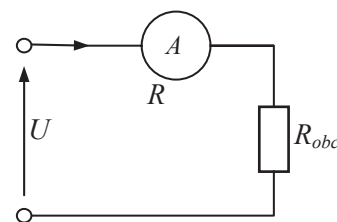
#### Pomiary natężenia prądu

Pomiary natężenia prądu można wykonać:

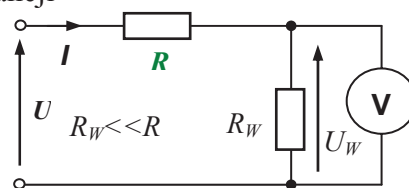
- **metodą bezpośrednią** za pomocą amperomierza. Amperomierz jest włączany do obwodu szeregowo z elementami gałęzi, w której chcemy zmierzyć natężenie prądu. Sposób włączenia amperomierza pokazany jest na rys. 4.46.
- **metodą pośrednią** w układzie jak na rys. 4.47. Pomiar polega na zmierzeniu spadku napięcia na oporniku o znanej rezystancji  $R_W$  ( $R_W \ll R$  aby praktycznie nie wpływał on na wartość prądu  $I$ ) i obliczeniu wartości prądu na podstawie prawa Ohma. Spadek napięcia na oporniku wzorowym  $R_W$ , wyrażony prawem Ohma wynosi:  $U_W = IR_W$ . Mając zmierzone napięcie  $U_W$  wartość prądu wyznaczamy

z zależności:

$$I = \frac{U_W}{R_W}$$



Rys. 4.46. Sposób włączania amperomierza do obwodu



Rys. 4.47. Schemat układu do pośredniego pomiaru prądu

#### Pomiary napięcia

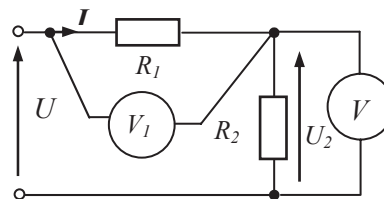
Pomiary napięcia zwykle wykonuje się bezpośrednio za pomocą woltomierzy. **Woltomierze mierzą różnicę potencjałów pomiędzy punktami obwodu, włączamy je równolegle z tą częścią obwodu, na której mierzymy napięcie.** Sposób włączenia woltomierzy do układu pokazany jest na rys. 4.47, 4.48.

Podstawowym wymogiem jakościowym wobec każdego z mierników włączanych do układu jest to, **aby nie wprowadzał on zmian napięć i prądów.** Jeśli chcemy zmierzyć bezpośrednio prąd płynący w gałęzi obwodu, musimy szeregowo z gałęzią włączyć amperomierz. **Aby włączony dodatkowo do gałęzi amperomierz nie powodował zmiany wartości prądu, to rezystancja amperomierza powinna być bliska  $0\Omega$ .**

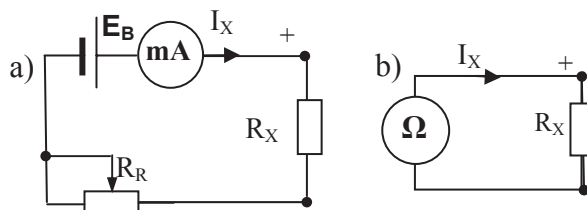
W przypadku pomiaru napięcia: podczas mierzenia różnicy potencjałów pomiędzy punktami obwodu, również nie powinny zachodzić w obwodzie zmiany wartości prądów i napięć. Dla zmierzenia napięcia między dowolnymi punktami obwodu, woltomierz należy włączać równolegle. **Aby woltomierz nie powodował zmiany rozptywu prądów, jego rezystancja wewnętrzna powinna być jak największa, dla idealnego woltomierza nieskończenie duża ( $R_V \rightarrow \infty$ ).**

#### Pomiary rezystancji

Pomiary rezystancji wykonuje się metodą bezpośrednią za pomocą omiometry lub metodami pośrednimi, do których zalicza się metodę techniczną i metodę mostkową (zwaną również zerową). Każdy pomiar rezystancji wymaga przepuszczenia prądu o znanej wartości przez element lub układ mierzony. Dlatego nieodzownym elementem wyposażenia każdego



Rys. 4.48. Sposób włączania woltomierzy



Rys. 4.49. a). Schemat układu omiometry szeregowego, b). Symbol omiometry i układ do bezpośredniego pomiaru rezystancji

omomierza jest wewnętrzne (rzadziej zewnętrzne) źródło zasilania. Schemat układu połączeń wewnętrznych analogowego omomierza szeregowego pokazany jest na rys. 4.49a.

Prąd płynący w tym obwodzie będzie miał wartość:

$$I_x = \frac{E}{R_r + R_d + R_x}$$

Z równania tego wynika, że wartość prądu wskazanego przez miliamperomierz jest zależna od SEM baterii  $E$  i od sumy rezystancji włączonych szeregowo do obwodu łącznie z rezystorem  $R_x$ . Oznacza to, że na podziałce wskaźnika (miliamperomierza) możemy nanieść działki i liczby odpowiadające określonym wartościom rezystancji  $R_x$ .

W większości mierników rezystancji, zwłaszcza wbudowanych w miernikach wielofunkcyjnych, zwanych multimetrami, podziałka omomierza szeregowego jest odwrócona w stosunku do podziałek woltomierza i amperomierza. Wynika to z tego, że gdy  $R_x = 0$  w obwodzie płynie największy prąd i wskazówka wychyla się do końca podziałki. Gdy  $R_x = \infty$ , to  $I_x = 0$ ; wskazówka pozostaje w położeniu spoczynkowym.

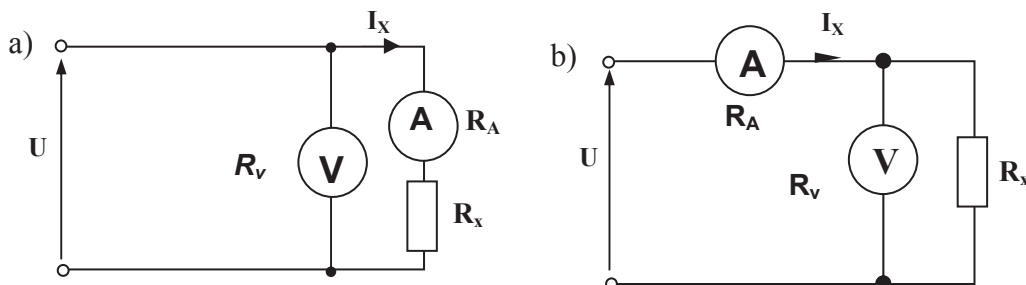
Do pomiaru rezystancji oporników o małej oporności stosuje się omomierze równoległe [4]. Rezystor regulowany  $R_r$  z pokrętkiem dostępnym dla użytkownika, konieczny jest dla wstępnego korygowania zera omomierza przed każdym pomiarem (przy zwartych zaciskach miernika), ze względu na zużywanie się baterii zasilającej  $E$ . Należy pamiętać, że **zaciski omomierza nie są równorzędne pod względem znaków potencjałów; przyporządkowane są im (+) i (-)** (rys. 4.49). Jest to szczególnie istotne podczas sprawdzania i pomiarów rezystancji w obwodach z elementami półprzewodnikowymi.

Podczas pomiarów rezystancji za pomocą mierników elektronicznych analogowych lub cyfrowych zawsze wykorzystuje się niewielki prąd pomocniczy w obwodzie. Prąd ten wytwarza spadek napięcia na rezystorze mierzonym i wartość tego napięcia jest miarą wartości rezystancji.

**Pomiary rezystancji metodą techniczną** polegają na pomiarze stałego prądu i napięcia elementu w układach przedstawionych na rysunku 4.50 i wykorzystaniu prawa Ohma. Układ na rysunku 4.50a zalecany jest do pomiaru rezystancji dużych w porównaniu z rezystancją amperomierza ( $R_A \ll R_x$ ). Wtedy błąd pomiaru napięcia na oporniku  $R_x$ , spowodowany powstaniem spadku napięcia na amperomierzu ma pomijalną wartość i można przyjmować, że:

$$R_x = \frac{U}{I_x}$$

Układ przedstawiony na rysunku 4.50b zalecany jest do pomiaru rezystancji małych w porównaniu z rezystancją woltomierza ( $R_x \ll R_V$ ). Wówczas błąd pomiaru prądu spowodowany poborem prądu przez woltomierz będzie nieznaczny.



Rys. 4.50. Układy do pomiaru rezystancji metodą techniczną

Ocenę wartości rezystancji (mała czy duża) pozwala określić wyrażenie na rezystancję graniczną  $R_{gr} = \sqrt{R_A \cdot R_V}$ . Gdy  $R_x > R_{gr}$  jest to rezystancja duża i stosujemy układ z rys.4.50a. Gdy  $R_x < R_{gr}$  to stosujemy układ z rys.4.50b.

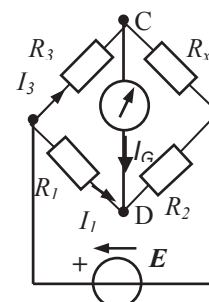
## Pomiary rezystancji metodą mostkową

Mostki pomiarowe są to układy, w których wartość parametru elementu mierzzonego wyznacza się na podstawie wartości parametrów elementów wzorcowych, po doprowadzeniu mostka do stanu równowagi. Schemat mostka stosowanego do pomiarów rezystancji pokazany jest na rys. 4.50.

Pomiar rezystancji  $R_X$  wymaga:

- 1) doprowadzenia mostka do stanu równowagi, która polega na tym, że prąd wskaźnika równowagi w przekątnej układu, rys.4.51 musi być  $I_G=0$  ( $U_{CD}=0$ ). Równoważenie mostka można prowadzić rezystorami  $R_2, R_3, R_1$ , których rezystancje są znane.
- 2) obliczenia wartości  $R_X$  dokonujemy z następującej zależności:

$$R_X = R_2 \cdot \frac{R_3}{R_1}$$

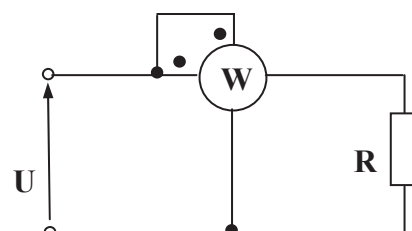


Rys. 4.51. Schemat mostka Wheatstone'a

Praktyczne wykonania mostków pomiarowych zwalniają użytkowników z wykonywania ułamkowych obliczeń. Buduje się je tak, że wyniki pomiaru można odczytać z nastaw elementów równoważenia mostka. Mostki pomiarowe to liczna rodzina układów i przyrządów pomiarowych, które produkowane są w różnych wykonaniach i o różnym przeznaczeniu (do pomiarów pojemności kondensatorów, indukcyjności cewek), oraz wielkości charakteryzujących obwody prądu przemiennego.

## Pomiary mocy prądu stałego

Pomiar mocy w obwodzie prądu stałego można wykonywać w układach jak do pomiaru rezystancji metodą techniczną (rys. 4.50.), gdyż jest to najtańszy układ pomiarowy. Moc pobraną przez odbiornik określa się jako iloczyn zmierzonych wartości prądu i napięcia, przy założeniu, że moc tracona w mierniku jest pomijalnie mała w porównaniu z mocą pobraną przez odbiornik.



Rys. 4.52. Schemat układu do pomiaru mocy pobieranej przez odbiornik R

Mając do dyspozycji watomierz analogowy, moc w obwodach prądu stałego możemy zmierzyć w układzie jak na rys. 4.52. Budowa watomierza została opisana w punkcie dotyczącym miernikom elektrycznym analogowym (Rozdz. 4.4., rys. 4.42).

Wśród mierników cyfrowych znajdują się również takie, które pozwalają na wykonywanie pomiarów mocy. Sposoby pomiarów i włączania mierników do układów zamieszczone są w instrukcjach eksploatacji dostarczanych przez producentów.

## 4.5.2. Pytania sprawdzające

Odpowiadając na pytania, sprawdzisz, czy jesteś przygotowany do wykonania ćwiczeń.

1. Jak należy włączać woltomierz i amperomierz do wykonania pomiarów?
2. Jak można mierzyć prąd metodą pośrednią, używając woltomierza i opornika o niewielkiej i znanej rezystancji?
3. Co to jest i jak zbudowany jest omomierz szeregowy?
4. Jakimi metodami i miernikami można mierzyć rezystancję rezystorów?
5. Co to jest mostek pomiarowy Wheatstone'a?



### 4.5.3. Ćwiczenia

#### Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenia 1 i 2 powinieneś do obliczeń zastosować prawa elektrotechniki, mierniki traktując jako idealne. ( $R_V = \infty$ ,  $R_A = 0$ , co oznacza, że woltomierz nie pobiera prądu, na amperomierzu nie powstaje spadek napięcia).

#### Ćwiczenie 1

Określ przewidywane wskazania mierników w układzie przedstawionym na rys. 4.53, gdy  $E = 24 \text{ V}$ ,  $R_1 = R_2 = 12 \Omega$ ,  $R_3 = 36 \Omega$ .

#### Ćwiczenie 2

W układzie przedstawionym na rys. 4.53, amperomierz  $A_1$  pokazuje prąd  $I_1 = 2 \text{ A}$  zaś  $R_1 = R_2 = R_3 = 12 \Omega$ . Określ przewidywane wskazania amperomierzy  $A$ ,  $A_2$  oraz woltomierza  $V_2$ .

Wyposażenie stanowiska pracy:

- literatura.

#### Ćwiczenie 3

Znając napięcie i moc znamionową żarówki:  $U_N = 4,5 \text{ V}$ ,  $P_N = 1,5 \text{ W}$ , oblicz wymaganą wartość rezystancji opornika jaki należy połączyć szeregowo z żarówką aby możliwe było wykorzystanie jej w obwodzie zasilanym napięciem  $U = 12 \text{ V}$ . Oblicz też wartość mocy traconej w oporniku.

#### Sposób wykonania ćwiczenia

Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) obliczyć prąd znamionowy żarówki i jej oporność podczas pracy:  $I_N = P_N / U_N$ ,  $R_z = U_N / I_N$ ,
- 2) narysować schemat obwodu, jaki powstanie po włączeniu żarówki w obwód z napięciem  $U = 12 \text{ V}$ ,
- 3) z II prawa Kirchhoffa obliczyć napięcie, które musi odłożyć się na oporniku dodatkowym,
- 4) z prawa Ohma obliczyć rezystancję opornika dodatkowego, a następnie jego moc,
- 5) połączyć obwód, włączyć napięcie i zmierzyć napięcie i prąd żarówki.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- zasilacz z regulacją napięcia stałego (1÷12) V,
- woltomierze i amperomierze, opornik nastawny  $P > 5 \text{ W}$ ,
- żarówki 4,5V w oprawkach z zaciskami przyłączeniowymi, przewody do połączeń.

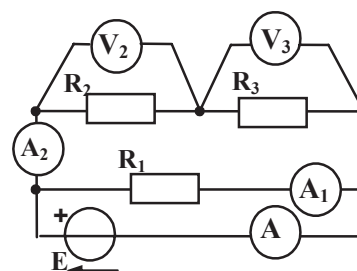
#### Ćwiczenie 4

Przeprowadź pomiary prądu i napięcia w obwodzie oraz rezystancji metodą techniczną (przez pomiar napięcia i prądu). Sprawdź słuszność prawa Ohma.

#### Sposób wykonania ćwiczenia

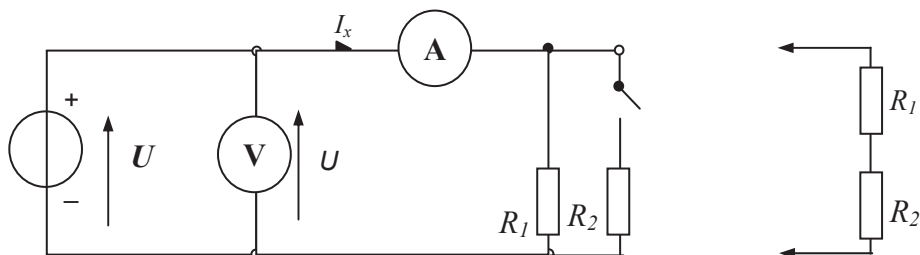
Aby wykonać ćwiczenie powinieneś:

- 1) zestawić układ pomiarowy, którego schemat przedstawiony jest na rys. 4.54.



Rys. 4.53. Schemat obwodu z włączonymi miernikami do pomiarów prądów i napięć

Po połączeniu układu pomiarowego i przed włączeniem napięcia zasilającego zwróć się do nauczyciela o sprawdzenie poprawności wykonanych połączeń.



Rys. 4.54. Schemat układu do sprawdzania prawa Ohma

- 2) wykonać pomiary napięcia i prądu w układzie dla różnych sposobów włączenia rezystorów obciążenia źródła napięcia  $U$ ; wyniki zestawzić w tabeli 4.5; słuszność prawa Ohma sprawdzamy, obliczając wartości prądów dla minimum 3 różnych wartości napięcia źródła oraz obliczając rezystancje dla 3 przypadków obciążenia źródła i zestawiając wyniki w tabeli 4.5.

Tabela 4.5. Zestawienie wyników

Układ obciążenia		Woltomierz					Amperomierz						$R_0 = U_X/I_X$	$R_{0\text{ŚR}}$
		$U_N$	$\alpha_{\text{max}}$	$C_V$	$\alpha_{xv}$	$U_X$	$I_{\text{obl}}$	$I_N$	$\alpha_{\text{max}}$	$C_A$	$\alpha_{xA}$	$I_X$		
		V	dz	V/dz	dz			A	dz	A/dz	dz	A		
$R_1$	1													
	2													
	3													
$R_{12}$ ( $R_1 \parallel R_2$ )	1													
	2													
	3													
$R_1 + R_2$	1													
	2													
	3													

Znaczenie danych w tabeli:

$U_N, I_N$  – zakresy pomiarowe woltomierza i amperomierza,

$\alpha_{\text{max}}$  – liczba działek podziałki miernika,

$C_V = U_N/\alpha_{\text{max}}$  – stała podziałki woltomierza,

$C_A = I_N/\alpha_{\text{max}}$  – stała podziałki amperomierza,

$\alpha_X$  – liczba działek, którą pokazuje wskazówka miernika podczas pomiaru,

$U_X = C_V \cdot \alpha_{xv}$  – zmierzona wartość napięcia,

$I_X = C_A \cdot \alpha_{xA}$  – zmierzona wartość prądu,

$I_{\text{obl}} = U_X/R$  – wartość prądu obliczona z prawa Ohma dla zmierzonej wartości napięcia i podanej znamionowej wartości rezystancji; wartości prądów  $I_{\text{obl}}$  i  $I_X$  powinny być bardzo zbliżonymi,

$R_0 = \frac{U_x}{I_x}$  – wartość rezystancji obciążenia uzyskana z wyników pomiaru,

$R_{0\text{ŚR}} = \frac{R_{01} + R_{02} + R_{03}}{3}$  – wartość średnia arytmetyczna rezystancji obciążenia .

Kilkakrotny pomiar wartości tej samej wielkości i wyznaczenie średniej arytmetycznej wyników (tu rezystancji  $R_0$ ) sprzyja zwiększeniu dokładności pomiaru, czyli zmniejszeniu przypadkowych błędów pomiarowych,

3) wykreślić zależności  $I=f(U)$  w jednym układzie współrzędnych dla każdego przypadku obciążenia źródła, oznaczyć wartości rezystancji oporników, których wykresy wykonano, ocenić czy przebiegi  $I(U)$  są zgodne z prawem Ohma;

a) przez obliczenie różnic wartości rezystancji znamionowych i rezystancji uzyskanych z pomiarów dla przypadków połączeń oporników jak w tabeli 4.5, ocenić na ile wartość rezystancji wyznaczona na podstawie pomiaru napięcia i prądu odpowiada wartościom znamionowym rezystancji rezystorów dla poszczególnych przypadków obciążenia źródła:

$$\Delta_{R1}=R_{1N}-R_{O\acute{S}R1}=\dots\dots\dots; \Delta_{R2}=(R_{1N}\parallel R_{2N}-R_{O\acute{S}R2})=\dots\dots\dots;$$

$$\Delta_{R3}=[(R_{1N}+R_{2N})-R_{O\acute{S}R3}]=\dots\dots\dots$$

Obliczyć, o ile % różnią się rezystancje wyznaczone z pomiarów w stosunku do rezystancji znamionowych?  $\delta_{R1} = (\Delta_{R1} / R_{1N}) \cdot 100\% = \dots\dots\dots$  ;

$$\delta_{R2} = (\Delta_{R2} / R_{12N}) \cdot 100\% = \dots\dots\dots$$

$$\delta_{R3} = [\Delta_{R3} / (R_{1N}+ R_{2N})] \cdot 100\% = \dots\dots\dots$$

Czy uzyskane wyniki mieszczą się w granicach tolerancji rezystancji oporników użytych podczas pomiarów?

b) określić wartości błędu bezwzględnego i względnego pomiaru napięcia, prądu i rezystancji na podstawie klas dokładności mierników dla jednego z punktów pomiarowych:

$$kl_A = (\Delta_{max} / I_N) 100\% \Rightarrow \Delta_{Amax} = (kl_A \cdot I_N) / 100\% = \Delta_I - \text{błąd bezwzględny pomiaru prądu,}$$

$$\delta_I = (\Delta_{Amax} / I_X) 100\% - \text{niepewność (błąd względny) pomiaru prądu,}$$

$$kl_v = (\Delta_{max} / U_N) 100\% \Rightarrow \Delta_{Umax} = (kl_v \cdot U_N) / 100\% = \Delta_U - \text{błąd bezwzględny pomiaru napięcia,}$$

$$\delta_U = (\Delta_{Umax} / U_X) 100\% - \text{niepewność (błąd względny) pomiaru napięcia,}$$

$$\delta_R = |\delta_U| + |\delta_I| - \text{niepewność (błąd względny) pomiaru rezystancji wynikająca z błędów pomiarów napięcia i prądu,}$$

4) omówić w grupie i z nauczycielem wyniki pomiarów oraz zapisać wnioski z ćwiczenia.

Wyposażenie stanowiska pracy:

- amperomierz : typ ....., numer ....., klasa dokładności ....., pozycja pracy .....
- woltomierz : typ ....., numer ....., klasa dokładności ....., pozycja pracy .....
- zasilacz napięcia stałego: napięcie wyjściowe min..... max.....; prąd wyjściowy .....
- rezystory o znanych rezystancjach.  $R_{1N} = \dots\dots\dots$   $R_{2N} = \dots\dots\dots$
- przewody do wykonywania połączeń.

#### 4.5.4. Sprawdzenie postępów

**Czy potrafisz:**

- |  | <b>Tak</b>               | <b>Nie</b>               |
|--|--------------------------|--------------------------|
| 1) włączyć amperomierz i woltomierz dla wykonania pomiarów?  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 2) narysować schematy układów do pomiaru mocy prądu stałego? | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 3) wyjaśnić budowę omomierza szeregowego?                    | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 4) zmierzyć rezystancję metodą bezpośrednią i pośrednią?     | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 5) wyjaśnić na czym polega mostkowy pomiar oporności?        | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |